Занятия 10 и 11 (8/10/2007 и 13/10/2007)
Системы счисления

Определение. Представить натуральное число в системе счисления с основанием d — означает записать его в виде $a_n d^n + a_{n-1}d^{n-1} + \ldots + a_1 d + a_0 = (a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0)_d$, где a_n, a_{n-1}, …, a_0 — целые числа от 0 до $d-1$.

3.11. Представьте числа в десятичной системе счисления:

а) 113_6; **б)** 1001101011_2; **в)** 2102_3; **г)** $312,01_4$.

3.12. Запишите число 1000 в двоичной, троичной и семиричной системах счисления.

3.13. Докажите неравенства:
а) $2^{n+1} > 2^n + 2^{n-1} + \ldots + 2^1 + 2^0$;
б) $d^{n+1} > d^n + d^{n-1} + \ldots + d^1 + d^0$, где d — натуральное число, большее 1.

3.14. Докажите, что любое натуральное число может быть представлено в системе счисления с основанием d, причём единственным образом, где d — натуральное число, большее 1.

3.15. Составьте таблицы сложения и умножения для двоичной, троичной, четверичной и пятеричной систем счисления.

3.16. Вычислите сумму:

а) $1100_2 + 11_2$; **б)** $1100_2 + 1101_2$; **в)** $121_3 + 212_3$.

3.17. Вычислите произведение:

а) $11011_2 \cdot 100_2$; **б)** $35162_7 \cdot 10_7$; **в)** $201_3 \cdot 102_3$.

3.18. Существует достаточно эффективный алгоритм перевода записи числа из одной системы счисления в другую. При его применении запись числа в новой системе счисления возникает не слева–направо, а справа–налево. Последняя цифра является остатком от деления исходного числа, на основание новой системы, следующая цифра — остаток от деления неполного частного предыдущего деления на основание новой системы и т. д. Например, запишем число 2007_{10} в 8–ричной системе счисления.

2007	8			
16	250	8		
40	24	31	8	
40	10	24	3	8
7	8	**7**	0	0
	2		**3**	

Таким образом, $2007_{10} = 3727_8$.
Дайте обоснование этого алгоритма.

3.19. Представьте число
а) 45789 в 8-ричной системе счисления;
б) 10270 в 12-ричной системе счисления (в качестве недостающих цифр используйте буквы A и B).

3.20. В какой системе счисления справедливо равенство $3 \cdot 4 = 10$?

3.21. **а)** Есть 10 мешков, один из которых заполнен фальшивыми монетами, а все остальные — настоящими. Фальшивая монета на один грамм легче настоящей. Как за одно взвешивание на чашечных весах со стрелкой определить мешок с фальшивыми монетами?
б) Пусть теперь мешков с фальшивыми монетами больше одного, но неизвестно сколько. Как за одно взвешивание определить все «фальшивые» мешки?