Занятие 36 (09/02/2008)
Векторы

Определение *Направленным отрезком* называется упорядоченная пара точек, при этом первая из точек называется *началом* направленного отрезка, а вторая — его *концом*. Если точки совпадают, говорят, что направленный отрезок *имеет нулевую длину*.

Определение Направленные отрезки называются *коллинеарными*, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Направленный отрезок нулевой длины коллинеарен любому направленному отрезку.

Определение Коллинеарные направленные отрезки $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, принадлежащие параллельным прямым, называются *сонаправленными*, если они лежат по одну сторону от прямой AC. Если же $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ лежат на одной прямой, они сонаправлены, если один из лучей $[AB$ или $[CD$ содержит другой. В противном случае они называются *противоположно направленными*.

Определение Направленные отрезки называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны. Все направленные отрезки нулевой длины равны между собой.

Определение *Вектором* называется множество всех равных между собой направленных отрезков. *Длиной* вектора называется длина любого из направленных отрезков. Множество, состоящее из направленных отрезков нулевой длины, образует *нулевой вектор*.

6.1. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. Равны ли векторы: $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$?

Операции над векторами

Вектора можно складывать, вычитать и умножать на число. Чтобы сложить два вектора, нужно выбрать два соответствующих направленных отрезка таких, что конец одного из них является началом другого. При этом начало первого отрезка и конец второго задают направленный отрезок, множество равных которому образует вектор, называемый *суммой* исходных векторов. Легко показать, что сумма векторов не зависит от выбора направленных отрезков.

6.2. Докажите, что: а) $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$; б) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$; в) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$.

6.3. а) Докажите, что $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$ для любых точек плоскости A, B, C и D.

б) Докажите, что для произвольных точек плоскости A_1, A_2, $\dots$, A_n выполняется равенство: $\overrightarrow{A_1A_n}=\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+\ldots+\overrightarrow{A_{n-1}A_n}$.