Блок 1 (10 минут, каждая задача 7 баллов)

1-1. Верно ли равенство: $(A\Delta B) \setminus C = (A \setminus (B \cup C)) \cup (B \setminus (A \cup C))$?

1-2. Из точки, лежащей внутри выпуклого шестиугольника, проведены лучи, перпендикулярные его сторонам и пересекающие стороны (или их продолжения). На этих лучах отложены векторы $\overrightarrow{a_1}, \ldots, \overrightarrow{a_6}$, длины которых равны длинам соответствующих сторон. Докажите, что $\overrightarrow{a_1} + \ldots + \overrightarrow{a_6} = \overrightarrow{0}$.

1-3. Могут ли степени вершин некоторого графа быть равны 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?

Блок 2 (15 минут, каждая задача 7 баллов)

2-1. Придумайте взаимно однозначное отображение, переводящее полуокружность $\{x^2 + y^2 = 1,\ y > 0\}$ в луч $\{x > 0, y = 0\}$.

2-2. Докажите что точки $A(-1; -2)$, $B(2; -1)$ и $C(8; 1)$ лежат на одной прямой.

2-3. На белом листе клетчатой бумаги нарисовали квадрат размером 12×12. Две клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона. Аня закрашивает по одной клетке, вписывая в каждую из них число ранее закрашенных ее соседей. Чему будет равна сумма всех чисел, когда будут закрашены все клетки?

Блок 3 (20 минут, каждая задача 7 баллов)

3-1. Найдите подмножества A и B множества C, если известно, что для каждого подмножества $X \subset C$ выполняется равенство $X \cap A = X \cup B$.

3-2. Дан четырёхугольник $ABCD$, в котором $AB = AD$ и $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$. На сторонах BC и CD выбраны точки F и E так, что $DF \perp AE$. Докажите, что $AF \perp BE$.

3-3. На окружности взяли 10 точек. Какое наибольшее число отрезков с концами в этих точках можно провести так, чтобы никакие три из них не образовывали треугольник с вершинами в этих точках?

Блок 4 (25 минут, каждая задача 7 баллов)

4-1. Придумайте взаимно однозначное отображение, переводящее полуокружность $\{x^2 + y^2 = 1,\ y > 0\}$ в прямую $y = 0$.

4-2. Кенгуру прыгает по углу $x > 0$, $y > 0$ координатной плоскости, прыгая каждый раз из точки с координатами $(x; y)$ в точку $(x - 5; y + 7)$ или $(x + 1; y - 1)$, причём прыгать в точки, у которых хотя бы одна координата не положительна, нельзя. Из каких начальных точек кенгуру не сможет попасть в точку, находящуюся на расстоянии больше 1000 от начала координат?

4-3. На планете 1000 городов, среди которых есть столицы государств. Некоторые города связаны дорогами так, что любая дорога соединяет ровно два города, и от любого города до любого другого можно добраться по дорогам. При этом, чтобы попасть из одной столицы в другую, нужно проехать не менее 21 дороги. Докажите, что на планете не больше 90 столиц.