

## Рациональные числа

**Рациональными** называются числа, представимые в виде дроби  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  — целое число, а  $n$  — натуральное.

Среди равных дробей, служащих для записи одного и того же числа, всегда можно выбрать несократимую.

1. Являются ли рациональными числа  $\frac{3}{9}$ ;  $-2\frac{5}{7}$ ; 0,32; 5; 0?
2. Докажите, что сумма, разность и произведение рациональных чисел — рациональное число.
3. Всегда ли частное рациональных чисел — рациональное число?
4. Запишите в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби рациональные числа:  
а)  $\frac{3}{16}$ ; б)  $\frac{17}{6}$ ; в)  $\frac{8}{37}$ ; г)  $\frac{8}{19}$ .

**Теорема.** Десятичная дробь, равная рациональному числу  $\frac{m}{n}$ , конечна тогда и только тогда, когда в разложении  $n$  на множители не содержится простых чисел, отличных от 2 и 5.

5. Как представить бесконечную периодическую дробь  $2,8(3)$  в виде несократимой обыкновенной дроби?
6. Представьте в виде несократимой обыкновенной дроби числа: а)  $2,(25)$ ; б)  $1,6(7)$ ; в)  $5,6(9)$

**Теорема.** Число является рациональным тогда и только тогда, когда оно может быть записано в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби.

7. В десятичной записи числа а)  $\frac{1}{7}$  вычеркнули первую цифру после запятой. Увеличилось при этом число или уменьшилось и во сколько раз?
8. В десятичной записи числа а)  $\frac{1}{2008}$  вычеркнули первую ненулевую цифру. Увеличилось при этом число или уменьшилось и во сколько раз?

## Действительные числа

9. Докажите, что десятичная дробь  $0,101001000100001\dots$  (количество нулей каждый раз увеличивается на 1) не является периодической.

Конечные и бесконечные десятичные дроби образуют множество **действительных** чисел. Если действительное число не является рациональным, его называют **иррациональным**.

10. Пусть число  $r$  рационально, а число  $a$  иррационально. Рациональны ли числа  $\frac{1}{a}$ ;  $a+r$ ;  $ar$ ;  $\frac{3a^2-r}{5-a}$ ?
11. Пусть числа  $a$  и  $b$  иррациональны. Может ли быть рациональным число: а)  $a+b$ ; б)  $ab$ ; в) число, полученное при поочередной записи цифр этих чисел?
12. Выпишем бесконечную последовательность последних цифр степеней числа 17. Поставим где попало запятую. Рационально ли записанное число? (Конечностью нашей жизни в данной задаче можно пренебречь)
13. После нуля и запятой записывается последовательность остатков от деления степеней числа 13 на 2008. Рациональное при этом получается число?

## Рациональные числа

**Рациональными** называются числа, представимые в виде дроби  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  — целое число, а  $n$  — натуральное.

Среди равных дробей, служащих для записи одного и того же числа, всегда можно выбрать несократимую.

1. Являются ли рациональными числа  $\frac{3}{9}$ ;  $-2\frac{5}{7}$ ; 0,32; 5; 0?
2. Докажите, что сумма, разность и произведение рациональных чисел — рациональное число.
3. Всегда ли частное рациональных чисел — рациональное число?
4. Запишите в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби рациональные числа:  
а)  $\frac{3}{16}$ ; б)  $\frac{17}{6}$ ; в)  $\frac{8}{37}$ ; г)  $\frac{8}{19}$ .

**Теорема.** Десятичная дробь, равная рациональному числу  $\frac{m}{n}$ , конечна тогда и только тогда, когда в разложении  $n$  на множители не содержится простых чисел, отличных от 2 и 5.

5. Как представить бесконечную периодическую дробь  $2,8(3)$  в виде несократимой обыкновенной дроби?
6. Представьте в виде несократимой обыкновенной дроби числа: а)  $2,(25)$ ; б)  $1,6(7)$ ; в)  $5,6(9)$

**Теорема.** Число является рациональным тогда и только тогда, когда оно может быть записано в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби.

7. В десятичной записи числа а)  $\frac{1}{7}$  вычеркнули первую цифру после запятой. Увеличилось при этом число или уменьшилось и во сколько раз?
8. В десятичной записи числа а)  $\frac{1}{2008}$  вычеркнули первую ненулевую цифру. Увеличилось при этом число или уменьшилось и во сколько раз?

## Действительные числа

9. Докажите, что десятичная дробь  $0,101001000100001\dots$  (количество нулей каждый раз увеличивается на 1) не является периодической.

Конечные и бесконечные десятичные дроби образуют множество **действительных** чисел. Если действительное число не является рациональным, его называют **иррациональным**.

10. Пусть число  $r$  рационально, а число  $a$  иррационально. Рациональны ли числа  $\frac{1}{a}$ ;  $a+r$ ;  $ar$ ;  $\frac{3a^2-r}{5-a}$ ?
11. Пусть числа  $a$  и  $b$  иррациональны. Может ли быть рациональным число: а)  $a+b$ ; б)  $ab$ ; в) число, полученное при поочередной записи цифр этих чисел?
12. Выпишем бесконечную последовательность последних цифр степеней числа 17. Поставим где попало запятую. Рационально ли записанное число? (Конечностью нашей жизни в данной задаче можно пренебречь)
13. После нуля и запятой записывается последовательность остатков от деления степеней числа 13 на 2008. Рациональное при этом получается число?