

Осевая и центральная симметрия-2**Идеи ДРО, ТОП, НТФ и ИРЧЧ(*) помогают решать задачи**

1. Докажите, что если противоположные стороны шестиугольника попарно равны и параллельны, то его диагонали пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения пополам.
2. На одной стороне угла с вершиной O отмечены точки A и B , а на другой – точки A_1 и B_1 , при этом $OA = OA_1$, $OB = OB_1$. Докажите, что точка пересечения отрезков A_1B и B_1A лежит на биссектрисе этого угла.
3. Дана прямая l и не принадлежащие ей точки A и B . Найдите на прямой l такую точку C , чтобы сумма расстояний $AC+BC$ была наименьшей.
4. Как направить бильярдный шар, чтобы он попал в другой шар, отскочив предварительно от а) одного; б) соседних двух; в) трех; г) всех четырех (в круговом порядке) бортов стола?

Симметрия и свойства окружности.

5. ! Докажите, что диаметр, перпендикулярный хорде, делит ее и стягиваемые ею дуги пополам.
6. ! Докажите, что дуги, заключенные между параллельными хордами, равны. Равны и стягивающие их хорды
7. Даны две концентрические окружности. Третья окружность пересекает одну из них в точках A и D , а другую – в точках B и C . Докажите, что $AB = CD$, $AC = BD$, а $AD \parallel CD$.

Свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Теорема. Прямая, содержащая биссектрису угла при вершине равнобедренного треугольника, является его осью симметрии.

Из этой теоремы следуют свойства равнобедренного треугольника:

- 1) Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
- 2) Биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника, проведенные к его основанию, совпадают.

Признаки равнобедренного треугольника:

- 1) Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.
- 2) Если медиана треугольника совпадает с его высотой, то он равнобедренный.
- 3) Если биссектриса треугольника совпадает с его высотой, то он равнобедренный.
- 4) Если медиана треугольника совпадает с его биссектрисой, то он равнобедренный.

Домашнее задание.

8. Всадник находится между рекой и пересекающей ее под острым углом дорогой. Он хочет напоить коня в реке, а потом добраться до дороги. Как ему найти кратчайший путь? И реку, и дорогу считаем прямолинейными.
9. Точка M лежит внутри острого угла ABC . Найдите на сторонах угла такие точки E и D , чтобы треугольник MED имел наименьший периметр.
10. а) Докажите, что две хорды одной и той же окружности равны тогда и только тогда, когда они равноудалены от ее центра.
б) Найдите геометрическое место середин всех хорд данной окружности, имеющих заданную длину.
11. Через точку A проведена прямая, пересекающая окружность с диаметром AB в точке K , а окружность с центром B – в точках M и N . Докажите, что $MK = KN$.
12. На прозрачной бумаге нарисован треугольник. Как без всяких инструментов построить центр его вписанной окружности?

(*) ДРО – доказательство равенства по определению, ТОП – теорема об образе пересечения, НТФ – неподвижные точки и фигуры, ИРЧЧ – изменение расположения частей чертежа.