

**Осевая и центральная симметрия-2****Идеи ДРО, ТОП, НТФ и ИРЧЧ(\*) помогают решать задачи**

1. Докажите, что если противоположные стороны шестиугольника попарно равны и параллельны, то его диагонали пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения пополам.
2. На одной стороне угла с вершиной  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$ , а на другой – точки  $A_1$  и  $B_1$ , при этом  $OA = OA_1$ ,  $OB = OB_1$ . Докажите, что точка пересечения отрезков  $A_1B$  и  $B_1A$  лежит на биссектрисе этого угла.
3. Дана прямая  $l$  и не принадлежащие ей точки  $A$  и  $B$ . Найдите на прямой  $l$  такую точку  $C$ , чтобы сумма расстояний  $AC+BC$  была наименьшей.
4. Как направить бильярдный шар, чтобы он попал в другой шар, отскочив предварительно от а) одного; б) соседних двух; в) трех; г) всех четырех (в круговом порядке) бортов стола?

**Симметрия и свойства окружности.**

5. ! Докажите, что диаметр, перпендикулярный хорде, делит ее и стягиваемые ею дуги пополам.
6. ! Докажите, что дуги, заключенные между параллельными хордами, равны. Равны и стягивающие их хорды
7. Даны две концентрические окружности. Третья окружность пересекает одну из них в точках  $A$  и  $D$ , а другую – в точках  $B$  и  $C$ . Докажите, что  $AB = CD$ ,  $AC = BD$ , а  $AD \parallel CD$ .

**Свойства и признаки равнобедренного треугольника.**

*Теорема. Прямая, содержащая биссектрису угла при вершине равнобедренного треугольника, является его осью симметрии.*

Из этой теоремы следуют свойства равнобедренного треугольника:

- 1) Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
- 2) Биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника, проведенные к его основанию, совпадают.

Признаки равнобедренного треугольника:

- 1) Если два угла треугольника равны, то он равнобедренный.
- 2) Если медиана треугольника совпадает с его высотой, то он равнобедренный.
- 3) Если биссектриса треугольника совпадает с его высотой, то он равнобедренный.
- 4) Если медиана треугольника совпадает с его биссектрисой, то он равнобедренный.

**Домашнее задание.**

8. Всадник находится между рекой и пересекающей ее под острым углом дорогой. Он хочет напоить коня в реке, а потом добраться до дороги. Как ему найти кратчайший путь? И реку, и дорогу считаем прямолинейными.
9. Точка  $M$  лежит внутри острого угла  $ABC$ . Найдите на сторонах угла такие точки  $E$  и  $D$ , чтобы треугольник  $MED$  имел наименьший периметр.
10. а) Докажите, что две хорды одной и той же окружности равны тогда и только тогда, когда они равноудалены от ее центра.  
б) Найдите геометрическое место середин всех хорд данной окружности, имеющих заданную длину.
11. Через точку  $A$  проведена прямая, пересекающая окружность с диаметром  $AB$  в точке  $K$ , а окружность с центром  $B$  – в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $MK = KN$ .
12. На прозрачной бумаге нарисован треугольник. Как без всяких инструментов построить центр его вписанной окружности?

(\*) ДРО – доказательство равенства по определению, ТОП – теорема об образе пересечения, НТФ – неподвижные точки и фигуры, ИРЧЧ – изменение расположения частей чертежа.