

**Окружность.****Взаимное расположение окружности и прямой; двух окружностей.**

1. Докажите, что прямая и окружность имеют не более двух общих точек.

Определение. Прямая, имеющая с окружностью две общие точки, называется **секущей** по отношению к этой окружности.

Пусть прямая  $l$  удалена на расстояние  $d$  от окружности радиуса  $r$ . Тогда если  $d < r$ , то эта прямая является секущей, если  $d = r$ , то касательной, а в случае  $d > r$  прямая  $l$  не имеет с окружностью общих точек.

2. Докажите, что если две окружности касаются, то точка их касания лежит на линии центров.

Указание: рассмотрите симметрию относительно линии центров.

3. Докажите, что через точку касания двух окружностей проходит прямая, касающаяся их обеих в этой точке.

4. Окружности радиусов  $R$  и  $r$  касаются. Чему может быть равно расстояние между их центрами?

5. Окружности радиусов  $R$  и  $r$  пересекаются в двух точках. Докажите, что  $R - r < d < R + r$ , где  $d$  – расстояние между их центрами.

6. а) Сколько общих касательных можно провести к двум окружностям в зависимости от их взаимного расположения? б) Докажите, что внешние (внутренние) касательные двух окружностей пересекаются на линии их центров, а отрезки внешних (внутренних) касательных равны между собой.

7. Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  касаются внешним образом в точке  $K$ . Прямая касается этих окружностей в различных точках  $A$  и  $B$  и пересекает их общую касательную, проходящую через точку  $K$ , в точке  $M$ . Докажите, что а)  $\angle O_1MO_2 = 90^\circ$ ; б)  $MK = \frac{1}{2} AB$ ; в)  $\angle AKB = 90^\circ$ .

**Домашнее задание**

1. Докажите, что две окружности имеют не более двух общих точек.

2. Докажите, что линия центров двух пересекающихся окружностей является серединным перпендикуляром к их общей хорде.

3. Одна окружность находится внутри другой. Их радиусы равны 28 и 12, а кратчайшее расстояние между точками этих окружностей равно 10. Найдите расстояние между центрами.

4. На сторонах выпуклого четырехугольника как на диаметрах построены четыре круга. Докажите, что они покрывают весь четырехугольник.

5. Две окружности касаются друг друга внутренним образом в точке  $A$ . Из  $O$  центра большей окружности – проведен радиус  $OB$ , касающийся меньшей окружности в точке  $C$ . Найдите  $\angle BAC$ .