

**Программа зачета по темам «Повторение» и «Симметрия»**Вопросы

1. Сформулируйте определение параллельных прямых, 5 признаков и 3 свойства, а также аксиому параллельных.
2. Докажите теоремы о сумме углов треугольника и о внешнем угле.
3. Найдите сумму внутренних углов выпуклого  $n$ -угольника. Верна ли формула для невыпуклого  $n$ -угольника?
4. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы. Сформулируйте и докажите обратную теорему.
5. Точка В принадлежит окружности с диаметром АС. Докажите, что  $\angle ABC = 90^\circ$ . Сформулируйте и докажите обратное утверждение.
6. Докажите свойство прямоугольного треугольника с углом  $30^\circ$  и обратные теоремы.
7. Докажите, что в треугольнике против большей стороны лежит больший угол, и обратную теорему.
8. Докажите, что перпендикуляр короче наклонной.
9. Докажите неравенство треугольника.
10. Докажите, что геометрическим местом точек, равноудаленных от концов данного отрезка, является серединный перпендикуляр к этому отрезку.
11. Докажите, что геометрическим местом точек данного неразвернутого угла, равноудаленных от его сторон, является биссектриса этого угла.
12. Найдите геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден: а) под прямым углом; б) под острым углом; в) под тупым углом.
13. Сформулируйте определения окружности и касательной. Докажите свойство и признак касательной, а также теорему о равенстве отрезков касательных.
14. Вписанная, описанная и вневписанные окружности треугольника.
15. Приведите примеры отображений, область определения и/или значения которых не являются числовыми множествами. Какие из них взаимно-однозначны?
16. Определение и примеры геометрических преобразований.
17. Определение и свойства движений.
18. Центральная симметрия.
19. Докажите, что прямые параллельны тогда и только тогда, когда они центрально-симметричны.
20. Осевая симметрия.
21. Приведите примеры теорем и/или задач, где используется доказательство равенства отрезков и углов по определению.
22. Приведите примеры теорем и/или задач, где используется теорема об образе пересечения.
23. Приведите примеры задач, для решения которых доказывается неподвижность некоторой точки при центральной или осевой симметрии.
24. Изменение расположения частей чертежа в задаче нахождение кратчайшего пути.
25. Докажите, что диаметр, перпендикулярный хорде, делит ее и стягиваемые ею дуги пополам.
26. Докажите, что дуги, заключенные между параллельными хордами, равны. Равны и стягивающие их хорды.
27. Докажите, что прямая и окружность имеют не более двух общих точек. Как зависит количество общих точек прямой и окружности от расстояния от центра окружности до прямой?
28. Докажите, что две окружности имеют не более двух общих точек. Как зависит количество общих точек двух окружностей от расстояния между их центрами?
29. Докажите, что если две окружности касаются, то точка их касания лежит на линии центров.
30. Докажите, что линия центров двух пересекающихся окружностей является серединным перпендикуляром к их общей хорде.

Задачи

1. В треугольнике ABC  $\angle A = \alpha$ . Найдите угол между биссектрисами углов В и С.
2. Докажите, что если медиана AM треугольника ABC меньше половины стороны BC, то угол А тупой, если больше – то острый, а если равна – то прямой.
3. Докажите, что наибольшее расстояние между точками треугольника равно одной из его сторон.
4. Точки М и N – середины равных сторон AD и BC четырехугольника ABCD. Серединные перпендикуляры к сторонам АВ и CD пересекаются в точке Р. Докажите, что серединный перпендикуляр к отрезку MN проходит через точку Р.
5. Биссектриса внутреннего угла при вершине А и биссектриса внешнего угла при вершине С треугольника ABC пересекаются в точке М. Найдите  $\angle BMC$ , если  $\angle BAC = 40^\circ$ .
6. Лист бумаги согнут пополам. Докажите, что линия сгиба — прямая.
7. Постройте биссектрису данного угла с помощью двусторонней линейки с параллельными сторонами.
8. На прозрачной бумаге нарисован треугольник. Как без всяких инструментов построить центр его вписанной окружности?
9. Известно, что треугольник можно разрезать на два равнобедренных. Что Вы можете сказать о его углах? Рассмотрите все варианты.