

Ромб

Определение. **Ромбом** называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства ромба

0. Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма.

1. Диагонали ромба

- делят его углы пополам;
- являются его осями симметрии;
- взаимно перпендикулярны.

2. В любой ромб можно вписать окружность. (Где находится ее центр? Чему равен радиус?)

Признаки ромба

1. Если у четырехугольника все стороны равны, то это ромб.

2. Если у параллелограмма две соседние стороны равны, то это ромб.

3. Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то это ромб.

4. Если диагональ параллелограмма делит его угол пополам, то это ромб.

Определение. **Квадратом** называется четырехугольник, являющийся одновременно и ромбом, и прямоугольником.

Квадрат обладает всеми свойствами параллелограмма, прямоугольника и ромба.

Задачи.

1. Является ли четырехугольник параллелограммом (если да, то каким именно), если известно, что у него
 - а) диагонали перпендикулярны;
 - б) диагонали равны;
 - в) диагонали перпендикулярны и равны;
 - г) диагонали перпендикулярны, равны и делятся точкой пересечения пополам;
 - д) диагонали разбивают его на четыре равнобедренных треугольника?
2. Внутри квадрата ABCD взяты такие точки P и K, что APCK – ромб. Докажите, что точки P и K принадлежат диагонали квадрата.
3. В данный треугольник впишите ромб, имеющий с треугольником общий угол A.
4. Постройте квадрат по его центру и двум точкам на противоположных сторонах.
5. На двух сторонах треугольника вне его построены квадраты. а) Докажите, что отрезок, соединяющий концы сторон квадратов, выходящих из одной вершины треугольника, в два раза больше медианы треугольника, выходящей из этой же вершины.
б) Докажите, что указанные отрезок и медиана перпендикулярны.

Домашнее задание

6. На сторонах AB и CD прямоугольника ABCD взяты точки K и M так, что AKCM – ромб. Диагональ AC составляет со стороной AB угол 30° . Найдите сторону ромба, если наибольшая сторона прямоугольника ABCD равна 3.
7. От параллелограмма с помощью прямой, пересекающей две его противоположные стороны, отрезали ромб. От оставшегося параллелограмма таким же образом вновь отрезали ромб. И от вновь оставшегося параллелограмма опять отрезали ромб. В результате остался параллелограмм со сторонами 1 и 2. Найдите стороны исходного параллелограмма.
Указание: разберите все случаи!
8. Угол при вершине A ромба ABCD равен 60° . На сторонах AB и BC взяты соответственно точки M и N, причем $AM=BN$. Докажите, что треугольник DMN равносторонний.
9. Сторона ромба равна 8, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности.
10. От квадрата отрезан прямоугольный треугольник, сумма катетов которого равна стороне квадрата. Докажите, что сумма трёх углов, под которыми видна из трёх оставшихся вершин его гипотенуза, равна 90° .