

**Трапеция**

Определение. **Трапецией** называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие – нет. Параллельные стороны трапеции называются ее основаниями, а непараллельные – боковыми сторонами.

1. а) Постройте трапецию по основаниям и боковым сторонам.  
б) Постройте трапецию по основаниям и диагоналям.  
в) Постройте трапецию по боковым сторонам, отрезку, соединяющему середины оснований, и меньшему основанию
- Определение. *Трапеция с равными боковыми сторонами называется равнобокой или равнобедренной.*

2. Докажите, что трапеция является равнобокой тогда и только тогда, когда
  - а) углы при одном из ее оснований равны;
  - б) ее диагонали равны.
3. Докажите, что разность оснований любой трапеции больше разности ее боковых сторон.
4. Сумма углов при одном из оснований трапеции равна  $90^\circ$ . Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен их полусумме.
5. Разрежьте трапецию одним прямолинейным разрезом на две части, из которых можно сложить а) параллелограмм; б) треугольник.
6. Одним прямолинейным разрезом отрежьте от треугольника трапецию, у которой меньшее основание было бы равно сумме боковых сторон.

**Домашнее задание**

7. Боковая сторона равнобокой трапеции равна одному основанию и вдвое меньше другого. Найдите углы трапеции и докажите, что боковая сторона перпендикулярна одной из диагоналей.
8. Существуют ли две трапеции, основания первой из которых соответственно равны боковым сторонам второй, а основания второй – боковым сторонам первой?
9. Меньшая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 3, а большая образует угол, равный  $30^\circ$ , с одним из оснований. Найдите это основание, если на нем лежит точка пересечения биссектрис углов при другом основании. (Прямоугольной называется трапеция, имеющая прямой угол.)
10. Диагональ AC параллелограмма ABCD втрое больше диагонали BD и пересекается с ней под углом в  $60^\circ$ . Найдите отрезок, соединяющий вершину D с серединой стороны BC, если  $AC=24$ , а угол BDC тупой.
11. В четырехугольнике ABCD точка E – середина AB, F – середина CD. Докажите, что середины отрезков AF, CE, BF и DE являются вершинами параллелограмма.

**Средняя линия трапеции.**

1. Разрежьте трапецию одним прямолинейным разрезом на две части, из которых можно сложить треугольник.

Определение. **Средней линией трапеции** называется отрезок, соединяющий середины ее боковых сторон.

Свойство средней линии трапеции. *Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.*

2. АК – высота равнобокой трапеции ABCD. Докажите, что отрезок СК равен по длине средней линии трапеции.
3. Докажите, что середины диагоналей трапеции принадлежат ее средней линии.
4. Основания трапеции равны  $a$  и  $b$ . Найдите длину отрезка, соединяющего середины ее диагоналей.
5. Точка M – середина отрезка AB. Точки  $A_1$ ,  $M_1$  и  $B_1$  – проекции точек A, M и B на некоторую прямую.
  - а) Докажите, что  $M_1$  – середина отрезка  $A_1B_1$ .
  - б) Найдите  $MM_1$ , если  $AA_1=a$ ,  $BB_1=b$ .
6. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, а средняя линия равна 5. Найдите отрезок, соединяющий середины оснований.

**Домашнее задание**

7. Докажите, что биссектрисы углов при боковой стороне трапеции пересекаются на ее средней линии.
8. Докажите, что если диагонали равнобокой трапеции перпендикулярны, то ее средняя линия равна высоте.
9. Боковая сторона трапеции разделена на три равные части, и из точек деления проведены к другой стороне отрезки, параллельные основаниям. Найдите длины этих отрезков, если основания трапеции равны  $a$  и  $b$ .
10. Найдите отношение оснований трапеции, если известно, что ее средняя линия делится диагоналями на три равные части.
11. Две окружности касаются друг друга внешним образом. Одна прямая касается этих окружностей в различных точках A и B, а другая – соответственно в точках C и D. Найдите AB, если  $AC = a$ ,  $BD = b$ .  
*Указание.* Проведите общую касательную и рассмотрите отрезок этой касательной, заключенный между прямыми AB и CD.