

Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике

В прямоугольном треугольнике выполняются следующие соотношения:

Теорема 1. *Высота, опущенная на гипотенузу, есть среднее геометрическое проекций катетов на гипотенузу.*

Теорема 2. *Катет есть среднее геометрическое гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу.*

Теорема 3. *Проекции катетов на гипотенузу пропорциональны квадратам катетов.*

1. Высота CD треугольника ABC делит сторону AB на отрезки AD и BD , причем $AD \cdot BD = CD^2$. Верно ли, что треугольник ABC прямоугольный?
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, а проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите гипотенузу и второй катет.
3. AB — диаметр окружности; BC — касательная; D — точка пересечения прямой AC с окружностью. Известно, что $AD = 32$ и $DC = 18$. Найдите радиус окружности.
4. В прямоугольном треугольнике ABC из вершины прямого угла проведены высота CH и биссектриса CL . Найдите $AH : CH$, если $AL : CL = 2 : 3$.
5. Окружность, вписанная в трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки a и b . Найдите радиус окружности.
6. Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности радиуса R . Точки K и M — точки касания, расположенные на AD и BC , причем $AK : KD = a$. Найдите $BM : MC$.
7. Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит его сторону на отрезки длиной a и b . Найдите диагонали ромба.

Домашнее задание

8. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота из вершины C прямого угла. Окружность, построенная на этой высоте как на диаметре, отсекает на катетах отрезки, равные 12 и 18. Найдите катеты треугольника.
9. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ перпендикулярна стороне AD . Высота BM параллелограмма делит сторону CD на отрезки $DM = 9$ и $CM = 4$. Найдите стороны и диагонали параллелограмма.
10. В трапеции $ABCD$ меньшая диагональ BD перпендикулярна основаниям $AD = a$ и $BC = b$. Сумма острых углов A и C равна 90° . Найдите боковые стороны AB и CD .
11. Боковая сторона трапеции равна 5, а расстояние от содержащей ее прямой до середины другой боковой стороны равно 3. Найдите площадь трапеции.
12. Отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, равен 3. Углы при большем основании трапеции равны 30° и 60° . Найдите высоту трапеции.