Гимназия №1543. 8-В класс. Геометрия – 33 26 февраля 2009 г

Синус, косинус и тангенс угла прямоугольного треугольника

Теорема. *Косинус, синус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника зависят только от градусной меры угла.*

α	30^0	45^0	60^0
sin α			
cos α			
tg α			

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

Следствия: 1) $1 + \mathrm{tg}^2\alpha = 1/\cos^2\alpha$;

2) $1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = 1/\sin^2\alpha$.

Еще свойства:

$\sin(90^0 - \alpha) = \cos\alpha$; $\cos(90^0 - \alpha) = \sin\alpha$.

1. а) Не пользуясь теоремой Пифагора, докажите, что квадрат катета прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу.
   б) Получите отсюда теорему Пифагора.
2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c, один из острых углов равен α. Найдите высоту, проведенную из вершины прямого угла.
3. Радиус окружности, вписанной в ромб, равен r, а острый угол ромба равен α. Найдите сторону ромба.
4. Стороны параллелограмма равны a и b, а угол между ними равен α. Найдите стороны и диагонали четырехугольника, образованного пересечением биссектрис внутренних углов параллелограмма.

Домашнее задание

5. Косинус угла при основании равнобедренного треугольника равен 3/5, высота, опущенная на основание, равна h. Найдите высоту, опущенную на боковую сторону.
6. Хорда АС окружности радиуса R образует с диаметром АВ угол α. Найдите расстояние от точки С до диаметра АВ.
7. Через точки А и В, принадлежащие окружности, проведены касательные, пересекающиеся в точке М. $\angle AMB = \alpha$, $AB = a$. Найдите радиус окружности.
8. К окружности проведены касательные, касающиеся её в концах диаметра AB. Произвольная касательная к окружности пересекает эти касательные в точках K и M. Докажите, что произведение $AK \cdot BM$ постоянно.
9. В прямоугольной трапеции лежат две окружности. Одна из них, радиуса 4, вписана в трапецию, а вторая, радиуса 1, касается двух сторон трапеции и первой окружности. Найдите площадь трапеции.