

Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике

1. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна c , $\angle A = \alpha$. AN – высота, AL – биссектриса треугольника. Найдите: а) расстояния от точки N до катетов треугольника; б) LB и LC .
2. Общая хорда двух пересекающихся окружностей видна из их центров под углами 90° и 60° . Найдите радиусы окружностей, если расстояние между их центрами равно a . (Центры могут лежать по разные стороны от хорды, а могут и по одну сторону).
3. Треугольник KMN остроугольный, $\angle KMN = 60^\circ$, а $\cos \angle KMN = 1/3$. Найдите отношение длин высот, опущенных соответственно из вершины N на сторону MK и из вершины M на сторону NK .
4. Радиус окружности, вписанной в ромб, равен r , а острый угол ромба равен α . Найдите сторону ромба.
5. В выпуклом четырёхугольнике $MNLQ$ углы при вершинах N и L — прямые, а тангенс угла при вершине M равен $2/3$. Найдите диагональ NQ , если известно, что сторона LQ вдвое меньше стороны MN и на 2 больше стороны LN .
6. В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, делится точкой пересечения высот пополам. Найдите синус угла при основании.

Домашнее задание

7. Две вершины квадрата расположены на основании равнобедренного треугольника, а две другие – на его боковых сторонах. Найдите сторону квадрата, если основание треугольника равно a , а угол при основании равен 30° .
8. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с острым углом 60° , равен $\sqrt{3}$. Найдите стороны треугольника.
9. На катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре построена окружность, которая пересекает гипотенузу AB в точке K . Найдите площадь треугольника CKB , если катет $AC = b$, а $\angle ABC = \beta$.
10. Через точки A и B , принадлежащие окружности, проведены касательные, пересекающиеся в точке M . $\angle AMB = \alpha$, $AB = a$. Найдите радиус окружности.
11. Катет прямоугольного треугольника ABC равен 2, а противолежащий ему угол равен 30° . Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники, на которые данный треугольник делится медианой, проведённой из вершины прямого угла.

Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике-2

1. Дан отрезок длиной 1. Как построить отрезки длиной $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{21}$?
2. Даны отрезки a и b . Как построить отрезки длиной $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{a^2 - b^2}$, \sqrt{ab} ?
3. В равнобедренном треугольнике высота, проведённая к основанию, делится точкой пересечения высот пополам. Найдите синус угла при основании.
4. Высота треугольника ABC , опущенная на сторону BC , равна h , $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$. Найдите остальные высоты этого треугольника.
5. Найдите $\sin 15^\circ$, $\operatorname{tg} 75^\circ$.

Домашнее задание

6. Докажите, что в прямоугольном треугольнике $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$, где a и b – катеты, а h – высота, проведённая к гипотенузе.
7. Радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника, равен R . Угол при основании равен α . Найдите стороны треугольника.
8. В выпуклом четырёхугольнике $MNLQ$ углы при вершинах N и L — прямые, а тангенс угла при вершине M равен $2/3$. Найдите диагональ NQ , если известно, что сторона LQ вдвое меньше стороны MN и на 2 больше стороны LN .
9. Высота треугольника, опущенная на основание, в два раза меньше его основания, а один из углов при основании равен 75° . Докажите, что треугольник равнобедренный.
10. В треугольнике ABC таком, что $AB=BC = 4$ и $AC=2$, проведены биссектриса AA_1 , медиана BB_1 и высота CC_1 . Найдите площадь треугольника, образованного пересечением прямых: 1) AC , AA_1 и CC_1 ; 2) AA_1 , BB_1 и CC_1 .