**9 "В", геометрия. Домашнее задание на каникулы (необязательное).**

1) Окружности пересекаются в точках $A$ и $B$ и касаются изнутри третьей окружности в точках $C$ и $D$ ($CD$ — не диаметр) . Известно, что $AB \perp CD$. Докажите, что первые две окружности равны.

2) Внутри треугольника $ABC$ нашлась точка $P$ такая, что $\angle ABP = \angle PCB$ и $\angle PBC = \angle PAC$. Докажите, что $AB < \sqrt{2} \cdot AC$.

3) Внутри угла с вершиной $P$ находятся две окружности, касающиеся внешне друг друга в точке $M$. Одна из окружностей касается одной стороны угла в точке $A$, а другая другой в точке $B$. Докажите, что центр описанной окружности треугольника $AMB$ лежит на описанной окружности треугольника $APB$.

4) В угол $PCQ$ вписано две разных окружности. Обозначим точку касания первой окружности со стороной $CP$ через $A$, а точку касания второй окружности со стороной $CQ$ — через $B$. Описанная окружность треугольника $ABC$ повторно пересекает первую окружность в точке $L$, а вторую — в точке $K$. Прямая $CL$ повторно пересекает первую окружность в точке $M$, прямая $CK$ пересекает вторую окружность в точке $T$. Докажите, что $AM || BT$.

5) На стороне $AC$ треугольника $ABC$ выбрана точка $M$. Из середин отрезков $AM$ и $CM$ опущены перпендикуляры на прямые $BC$ и $AB$ соответственно. Эти перпендикудяры пересекаются в точке $K$. Как нужно выбрать точку $M$, чтобы длина $MK$ была наименьшей?

6) На стороне угла с вершиной $A$ фиксирована точка $B$, а по другой стороне перемещается точка $C$. Докажите, что прямые, соединяющие точки касания вписанной окружности треугольника $ABC$ со сторонами $AC$ и $BC$, проходят через одну фиксированную точку.

7) На прямой в указанном порядке отмечены точки $A$, $B$, $C$ и $D$. Окружности с диаметрами $AC$ и $BD$ пересекаются в точках $X$ и $Y$. Прямые $BC$ и $XY$ пересекаются в точке $Z$. Пусть $P$ — точка на прямой $XY$, отличная от $Z$. Прямая $CP$ пересекает окружность с диаметром $AC$ в точках $C$ и $M$, а прямая $PB$ пересекает окружность с диаметром $BD$ в точках $B$ и $N$. Докажите, что прямые $AM$, $DN$ и $XY$ пересекаются в одной точке.