9 "В", геометрия, 16 января, домашнее задание.

1) Докажите, что если в четырёхугольнике $ABCD$ отмечены середины M и N сторон AB и CD соответственно, то $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$. Выведите отсюда теорему о средней линии трапеции.

2) Даны точки $A(-6\,;\,-1)$, $B(6\,;\,5)$, $C(0\,;\,-2)$, $D(3\,;\,4)$. Напишите параметрическое уравнение прямой с направляющим вектором $\overrightarrow{CD}$. Найдите на этой прямой точку, равноудалённую от A и B.

3) Докажите, что, если M — точка пересечения медиан треугольника ABC, то для любой точки W верно $\overrightarrow{WA} + \overrightarrow{WB} + \overrightarrow{WC} = 3\overrightarrow{WM}$.

4) Вершина треугольника расположена в точке $(-2\,;\,3)$, а точка пересечения медиан — в точке $(1\,;\,2)$. Остальные вершины лежат на осях координат. Определите, где именно.

5) Дан квадрат $ABCD$. Отмечены точки K и L — середины AB и BC соответственно. Введя каким-то образом координаты, найдите координаты точки $R = AL \cap DK$ и докажите, что расстояние RC равно стороне квадрата.

6) Внутри треугольника ABC выбрана точка Z. По этой точке строится новая точка $f(Z)$ следующим образом. Точка Z центрально-симметрично отражается относительно сторон AB, BC и CA треугольника. Полученные точки соединяются с точками C, A и B соответственно. Точка пересечения этих отрезков (а они действительно пересекаются в одной точке, докажите!) и есть $f(Z)$. Как должна быть выбрана точка Z, чтобы было $f(Z) = Z$?

7) (Продолжение.) Докажите, что при любом Z точки Z, $f(Z)$, $f(f(Z))$, $f(f(f(Z)))$, $\ldots$ лежат на одной прямой.