9 "В", геометрия, 27 февраля, домашнее задание.

1) Одна из вершин четырёхугольника соединена с центроидом треугольника,образованного остальными тремя вершинами. Докажите, что четыре полученные прямые пересекаются в одной точке.

2) На сторонах AC и BC треугольника ABC выбраны соответственно точки T и P так, что $AT = 3TC$ и $PB = 6PC$. В каком отношении отрезок BT делит отрезок AP?

3) На сторонах AC, BC и AB треугольника ABC выбраны соответственно точки T, P и Q так, что $AT = 3TC$, $PB = 6PC$ и $AQ = 6QB$. В каком отношении отрезок BT делит отрезок QP?

4) Какая точка имеет барицентрические координаты $(\sin\alpha\,;\,\sin\beta\,;\,\sin\gamma)$? (Координаты для удобства не нормированы.)

5) Какие массы следует поместить в вершины треугольника, чтобы центром масс был его ортоцентр? Найдите барицентрические координаты ортоцентра треугольника.

6) Дан описанный четырёхугольник $ABCD$. Длины касательных к вписанной окружности, проведённых из точек A, B, C, D равны a, b, c, d соответственно. Найдите, в каком отношении делят друг друга отрезки, соединяющие противоположные точки касания.

7) Пусть точка P лежит внутри треугольника ABC площади S, причём площади треугольников PAB, PBC, PCA равны соответственно S_c, S_c и S_b. Докажите, что барицентрические координаты P суть $\left(\frac{S_a}{S}\,;\,\frac{S_b}{S}\,;\,\frac{S_c}{S}\right)$.

9 "В", геометрия, 27 февраля, дополнительное задание.

1) Через центр равностороннего треугольника проведена прямая. Докажите, что сумма квадратов расстояний от вершин треугольника до этой прямой — постоянное число.

2) Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, причём $AO : OC = 3 : 2$ и $BO : OD = 4 : 3$. На AO взята точка P так, что $AP = OC$, а на BO — точка Q так, что $BQ = OD$. Докажите, что стороны и диагонали четырёхугольника высекают на прямой PQ три равных отрезка.