

Решение тригонометрических уравнений различными способами

1. Проверочная работа 2 задачи из д/з. 7 минут.

2. Разбор домашнего задания

8.72а

$$\begin{aligned}\cos 2x + 4 \sin^2 x &= \sqrt{3} \sin 2x \\ \cos^2 x + 3 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x &= 0 \quad (*) \\ 3 \operatorname{tg}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 &= 0 \\ (\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1)^2 &= 0 \\ x &= \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

(*) — однородное уравнение, можно поделить на $\cos^2 x$, легко проверить, что в любом однородном уравнении $\cos^2 x \neq 0$ (проверьте!).

8.72б

$$\begin{aligned}3 \sin 2x - 4 \cos 2x &= 5 \\ \sin^2 x - 6 \sin x \cos x + 9 \cos^2 x &= 0 \\ (\operatorname{tg} x - 3)^2 &= 0 \\ \operatorname{tg} x &= 3\end{aligned}$$

Заметим, что угол, tg которого равен трём, существует (это легко увидеть на тригонометрическом круге: соединим точку 3 на оси тангенсов с началом координат). Однако мы не знаем численное значение этого угла. Поэтому запишем так: пусть α — такой, что $\operatorname{tg} \alpha = 3$, тогда $x = \alpha + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

8.73 разобран в задачнике.

3. Решение уравнений.

$$\begin{aligned}1. \sin^4 2x + \cos^4 2x &= \sin 2x \cos 2x; & 6. \cos^2 x - \sin x \cos 4x - \cos^2 4x &= \frac{1}{4}; \\ 2. \frac{\sin 4x}{\sin 6x} &= 1; & 7. \sin^3 x(1 + \operatorname{ctg} x) + \cos^3 x(1 + \operatorname{tg} x) &= 2\sqrt{\sin x \cos x}; \\ 3. \sqrt{\operatorname{tg} x + \sin x} + \sqrt{\operatorname{tg} x - \sin x} &= 2 \cos x \sqrt{\operatorname{tg} x}; & 8. \sin^3 z \cos z - \sin z \cos^3 z &= \frac{\sqrt{2}}{8}; \\ 4. \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin x} &= \sqrt{2}(\cos x - \frac{1}{2}); & 9. \cos z \cos 2z \cos 4z \cos 8z &= \frac{1}{16}; \\ 5. \sin^4 x + \cos^{10} x &= 1; & 10. \operatorname{tg}^2 t - \frac{2 \sin 2t + \sin 4t}{2 \sin 2t - \sin 4t} &= 2 \operatorname{ctg} 2t.\end{aligned}$$

ОТВЕТЫ: 1: $\{\frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{2}k\}$, 2: $\{\pm\frac{\pi}{10} + \pi k; \pm\frac{3\pi}{10} + \pi k\}$, 3: $\{\pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k\}$, 4: $\{-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\}$, 5: $\{\frac{\pi}{2}k\}$, 6: $\{\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k; \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}k; -\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{5}k; -\frac{\pi}{30} + \frac{2\pi}{5}k\}$, 7: $\{\frac{\pi}{4} + 2\pi k\}$, 8: $\{\frac{5\pi}{16} + \frac{\pi}{2}k; \frac{7\pi}{16} + \frac{\pi}{2}k\}$, 9: $\{\frac{2\pi l}{15} + 2\pi k, l = 1, 14; \frac{\pi n}{17} + 2\pi k, n \in \{1, 3, 7, 11, 13, 15\}\}$, 10: $\{\frac{\pi}{4} + 2\pi k\}$, везде $k \in \mathbb{Z}$.

4. Домашнее задание. 6-10 из листочка, из Саакяна 384а, 388а, 395а, 409а, 410б, 412а.