

## Контрольная работа №1.

### Геометрия Галилея

10в класс, 15 сентября 2009

- а) Покажите, что на плоскости Галилея не для всяких трёх точек выполняется неравенство треугольника  
 $d(t_1, x_1, t_2, x_2) + d(t_2, x_2, t_3, x_3) \geq d(t_1, x_1, t_3, x_3)$ , хотя оно выполнено для вершин всякого треугольника.  
б) Изменим на плоскости Галилея функцию расстояния. Неособое расстояние менять не будем, а функцию особого расстояния ( $g(t) = t$ ) заменим на функцию  $g'$ . При каких  $g'$  для нового расстояния неравенство треугольника будет выполняться для любой тройки точек?
- На плоскости Галилея биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  проходит через середину медианы  $BM$ . Опишите все такие треугольники (то есть найдите подходящее условие на углы и/или стороны  $\triangle ABC$ .)

## Контрольная работа №2.

### Геометрия Галилея

10в класс, 24 сентября 2009

- Даны две параболы с параллельными осями. Прямые  $AB$  и  $CD$  касаются первой параболы в точках  $A$  и  $C$  и второй параболы – в точках  $B$  и  $D$ . Докажите, что прямые  $AC$  и  $BD$  параллельны.
- В четырёхугольнике  $ABCD$  биссектрисы  $a$  и  $b$  углов  $A$  и  $B$  пересекаются в точке  $X_{ab}$ , биссектрисы  $b$  и  $c$  углов  $B$  и  $C$  пересекаются в точке  $X_{bc}$  и т.д. Докажите, что  $d(X_{ab}, X_{bc}) = d(X_{cd}, X_{ad})$  (предполагается, что это расстояние в данном четырёхугольнике неособое).
- Возьмём точки  $A$  и  $B$  вне параболы. Для каждой прямой, проходящей через  $A$  и пересекающей параболу в точках  $M$  и  $N$ , построим параболу с осью, параллельной оси первой параболы, и проходящую через точки  $B, M, N$ . Докажите, что либо все эти параболы имеют помимо  $B$  ещё одну общую точку  $B'$ , либо они имеют общую касательную.
- Треугольник  $ABC$  – равнобедренный с вершиной  $B$  и углом  $\angle(AC, AB) = 1$  при основании. Точка  $D$  такова, что  $\angle(AC, AD) = 3$  и  $\angle(AC, CD) = 1$ . Найдите  $\angle(BD, AD)$ .
- Кривая на плоскости задана уравнением  $x = f(t)$  и переходит в себя при некотором движении Галилея. Докажите, что это движение – либо параллельный перенос, либо циклический поворот, и опишите, какой может быть данная кривая.

## Контрольная работа №3.

### Геометрия Галилея

10в класс, 29 сентября 2009

- В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $A_1$ , биссектриса угла  $B$  пересекает прямую  $AC$  в точке  $B_1$ .
  - Докажите, что если  $AC = CB$ , то  $AA_1 = B_1B$ .
  - Оказалось, что  $AA_1 = B_1B$ . Верно ли, что треугольник  $ABC$  – равнобедренный?
- Докажите, что две биссектрисы треугольника и его высота, проведённая из третьей вершины, пересекаются в одной точке.
- На сторонах треугольника  $ABC$  (или на их продолжениях) отмечены точки  $A' \in BC$ ,  $B' \in AC$ ,  $C' \in AB$ .  $C''$  – вторая точка пересечения циклов, описанных около треугольников  $A'B'C'$  и  $AB'C''$ . Докажите, что точка  $C''$  принадлежит ещё и циклу, описанному около треугольника  $A'B'C$ .
- Дан отрезок  $AB$  (неособый). Найдите геометрическое место вершин  $C$  треугольников  $ABC$ , в которых длина стороны  $AC$  равна (особой) длине высоты  $BB_1$ .