

Преобразования графиков-1

Сдвиги графиков вдоль осей

Вспомним, как выглядят графики функций $y = kx + b$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = |x|$.

1. Как из графика функции $y = x^2$ получить графики функций: а) $y = x^2 + 2$; б) $y = (x - 3)^2$; в) $y = (x - 3)^2 + 2$?

Теорема 1. График функции $y = f(x) + t$ получается из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вдоль оси Oy на t единиц вверх (по направлению оси).

Теорема 2. График функции $y = f(x + t)$ получается из графика функции $y = f(x)$ сдвигом вдоль оси Ox на t единиц влево (против направления оси).

2. Постройте графики: а) $y = |x + 5|$; б) $y = (x - 1)^3 - 2$; в) $y = x^2 + 8x + 14$.
3. Почему $y = f(x) + t$ сдвигают по направлению оси Oy , а $y = f(x + t)$ — против направления оси Ox ? Неужто оси неравноправны?

Отражение относительно оси абсцисс. Функции $y = [x]$ и $y = \{x\}$

4. Задайте формулой функцию, график которой симметричен относительно оси абсцисс графику функции: а) $y = |x|$, б) $y = (x - 1)^3 - 2$.

Теорема 3. График функции $y = -f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Ox .

5. Постройте графики: а) $y = -x^3$, б) $y = 5 - |x + 3|$
6. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции $y = |x|$:
а) сдвинуть вверх на 1, а затем отразить симметрично относительно оси Ox ;
б) отразить симметрично относительно оси Ox , а затем сдвинуть вверх на 1;
в) отразить симметрично относительно оси Ox , затем сдвинуть вверх на 1; а затем снова отразить симметрично относительно оси Ox .

Определение. $[x]$ — **целая часть x** — наибольшее целое число, не превосходящее x ;

$\{x\} = x - [x]$ — **дробная часть x** .

7. Постройте графики функций:
а) $y = [x]$; в) $y = [x + 4] - 6$; д) $y = -[x + 4]$;
б) $y = \{x\}$; г) $y = \{x + 4\} - 6$; е) $y = 2 - \{x\}$.

Домашнее задание

8. Постройте графики функций: а) $y = |x + 3|$; б) $y = -|x + 3|$; в) $y = 5 - |x + 3|$.
9. Постройте график функции:
а) $y = 1 - x^3$; в) $y = (x + 2)^2$; д) $y = x^2 - 4x$; ж) $y = 3 - [x - 5]$;
б) $y = (1 - x)^3$; г) $y = x^2 + 2$; е) $y = -x^2 + 4x$; з) $y = \{|x + 4| - 1\} + [|x + 4| - 1]$.
10. Решите уравнение: $[x] = \{x\}$.
11. Упростите: а) $\{x + 1\} - \{x\}$; б) $[x + 1] - [x]$.

Преобразования графиков-2

Отражение относительно оси ординат

1. Постройте графики функций $y = \{-x\}$ и $y = [-x]$.

Теорема 4. График функции $y = f(-x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ отражением относительно оси Oy .

2. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции $y = |x|$:
а) сдвинуть вправо на 3, а затем отразить симметрично относительно оси Oy ;
б) отразить симметрично относительно оси Oy , а затем сдвинуть вправо на 3.
3. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции $y = [x + 4] - 6$ отразить симметрично относительно оси Oy .
4. Постройте графики функций: а) $y = [1\frac{1}{3} + x]$; б) $y = [1\frac{1}{3} - x]$; в) $y = 2 - [1\frac{1}{3} - x]$.
По каждой оси выберите единичный отрезок, равный 3 клеткам.
5. Постройте график функции $y = -x^2 + 2x + 1$.
6. Отметьте точки $A(-4; -4)$, $B(-1; 2)$, и $C(4; 2)$. Рассмотрим функцию $y = f(x)$, графиком которой является ломаная ABC . Постройте график функции: а) $y = f(-x)$; б) $y = f(x + 2)$; в) $y = f(2 - x)$; г) $y = 1 - f(x + 2)$.
7. * Постройте графики функций: а) $y = [x^2 - 2]$; б) $y = [x]^2 - 2$; в) $y = \{x\}^2 - 2$.

Домашнее задание

8. Постройте график функции
а) $y = \{1,5 + x\}$; б) $y = \{1,5 - x\}$; в) $y = -\{1,5 - x\}$; г) $y = 2 - \{1,5 - x\}$.
9. Постройте график функции
а) $y = |x - 4| + 1$; б) $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$; в) $y = [\frac{1}{4} - x]$;
г) $y = -(x + 2)^2$; д) $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$; е) $y = 1 - [\frac{1}{4} - x]$.
10. Отметьте точки $A(-3; 2)$, $B(2; -3)$, и $C(4; -1)$. Рассмотрим функцию $y = f(x)$, графиком которой является ломаная ABC . Постройте график функции: а) $y = f(-x)$; б) $y = f(4 + x)$; в) $y = f(x - 4)$; г) $y = f(4 - x)$; д) $y = -f(4 - x)$.
11. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции $y = x^2$:
а) сдвинуть влево на 3, затем отразить симметрично относительно оси Oy , а затем сдвинуть вверх на 2;
б) сдвинуть вверх на 2, затем отразить симметрично относительно оси Oy , а затем сдвинуть вправо на 3;
в) отразить симметрично относительно оси Ox , затем сдвинуть вверх на 3, а затем снова отразить симметрично относительно оси Ox .