

Преобразования графиков-3

Модули

Теорема 5. График функции $y = |f(x)|$ получается из графика функции $y = f(x)$ следующим образом: все части графика выше оси Ox остаются без изменения, а части ниже оси Ox отражаются относительно этой оси.

Теорема 6. График функции $y = f(|x|)$ получается из графика функции $y = f(x)$ следующим образом: часть графика правее оси Oy остается без изменения, часть графика слева от оси Oy удаляется и заменяется правой частью графика, отражённой относительно оси Oy .

Замечание. Графики многих функций могут быть получены несколькими способами. Например, график функции $y = |x|$ получается из графика $y = x$ с помощью любой из двух последних теорем. Предложите два различных способа построения графика $y = |x - 4|$

1. Постройте графики: а) $y = |x^2 - 4x|$; б) $y = x^2 - 4|x|$; в) $y = |x^2 - 4|x||$.
2. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции $y = f(x)$:
 - а) сдвинуть вправо на 3; затем часть графика слева от оси Oy удалить и заменить правой частью графика, отражённой относительно оси Oy ;
 - б) часть графика слева от оси Oy удалить и заменить правой частью графика, отражённой относительно оси Oy ; затем весь график сдвинуть вправо на 3;
 - в) сдвинуть вверх на 3; затем часть графика, расположенную ниже оси Ox , отразить относительно этой оси;
 - г) часть графика, расположенную ниже оси Ox , отразить относительно этой оси; затем сдвинуть график вверх на 3.
3. Постройте графики: а) $y = |x - 4| - 2$; б) $y = ||x - 4| - 2|$; в) $y = |||x - 4| - 2| - 1|$.
4. Постройте графики: а) $y = \{|x|\}$; б) $y = [|x|]$; в) $y = |[x]|$.
5. На доске изображен график функции $y = f(x)$. Постройте графики функций:
 - а) $y = f(x + 3)$; в) $y = f(-|x| + 3)$; д) $y = f(-||x| - 3| + 3)$;
 - б) $y = f(-x + 3)$; г) $y = f(-|x - 3| + 3)$; е) $y = |f(-||x - 6| - 3| + 3)|$.
6. На доске изображен график функции $y = f(x)$. Постройте графики функций:
 - а) $y = |f(x + 2)|$; в) $y = f(|x + 2|)$; д*) $y = f(1 - |x + 2|)$;
 - б) $y = f(|x| + 2)$; г) $y = f(|1 - x| + 2)$; е*) $y = |f(1 - x)| + 2$.
7. Почему график функции $y = f(|x|)$ симметричен относительно оси Oy , а график функции $y = |f(x)|$, вообще говоря, не является симметричным относительно оси Ox ? Оси всё-таки неравноправны?
8. Как, зная график функции $y = f(x)$, построить геометрическое место точек $|y| = f(x)$?

Множества на плоскости

Теорема 7. График уравнения $|y| = f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ следующим образом: часть графика выше оси Ox остается без изменения, часть графика ниже оси Ox удаляется и заменяется верхней частью графика, отражённой относительно оси Oy .

Постройте геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

9. а) $|y| = x^2 - 4x$; б) $|y| = |x^2 - 4x|$; в) $|y + 1| = |x^2 - 4x|$.
10. а) $|y| = x$; б) $|y| = |x|$; в) $|y| = 3x - 2$; г) $|y| = |3x - 2|$.
11. а) $|2y + x - 5| = |4y - 3x + 3|$; б*) $y^2 + 6y + 8 = x^2 - 2x$.
12. а) $(x - 1)(y + 2) = 0$; б) $(x - 1)(|y| + 2) = 0$; в) $(|x| - 1)(y + 2) = 0$; г) $|x - 1|(y + 2) = 0$.
13. а) $|x| + |y| = 4$; б) $|y| - |x| = 3$; в) $|x| - |y| = 3$; г) $||x| - |y|| = 3$.

Домашнее задание

Постройте график функции (уравнения):

14. а) $y = |2x + 3|$; б) $y = ||2x + 3| - 1|$; в) $y = |||2x + 3| - 1| - 2|$.
15. а) $y = |x^2 - 6x + 5|$; б) $y = x^2 - 6|x| + 5$; в) $|y| = x^2 - 6x + 5$; г) $|y| = |x^2 - 6x + 5|$.
16. На доске изображен график функции $y = f(x)$. Постройте графики функций:
 - а) $y = f(|x| - 2)$; в) $y = |f(x - 2)|$; д) $y = 2 - f(x)$; ж) $y = f(2 - |x|)$;
 - б) $y = f(|x - 2|)$; г) $y = ||f(x)| - 2|$; е) $y = f(2 - x)$;

А также ГГЗ 9.52(б,г), 9.53(а), 9.54(а), 9.55(а,в), 9.61(б).