

Преобразования графиков-4

Дробно-линейная функция

1. Постройте график функции: а) $y = \frac{6}{x}$; б) $y = -\frac{8}{x}$.

Функция $y = \frac{k}{x}$ при $k \neq 0$ называется **обратной пропорциональностью**, а ее график — **гиперболой**.

График функции $y = \frac{k}{x}$:

- 1) при $k > 0$ расположен в I и III координатных четвертях, а при $k < 0$ — во II и IV;
- 2) симметричен относительно начала координат;
- 3) оси координат являются его **асимптотами**.

Определите промежутки возрастания (убывания) функции в зависимости от k .

2. Постройте график функции:

а) $y = -2 + \frac{4}{x-5}$; б) $y = -2 + \frac{4}{5-x}$; в) $y = \frac{6x-7}{2x+1}$.

Функция вида $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, где a, b, c, d — числа, причем $c \neq 0$, $ad \neq bc$, называется **дробно-линейной**.

- 1) Докажите, что графиком дробно-линейной функции является гипербола;
 - 2) Что представляет собой график функции $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ в вырожденных случаях $c = 0$ и $ad = bc$?
3. Постройте множество точек, удовлетворяющих условию:

а) $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$; б) $y = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$; в) $|y| = \frac{2|x|}{|x|-1}$; г) $|y| = \left| \frac{2x}{x-1} \right|$.

4. Постройте графики:

а) $y = \frac{4x^2 - 8x + 4}{x^2 - 1}$; б) $y = \left| \frac{4x^2 - 8x + 4}{x^2 - 1} \right|$; в) $y = \frac{4x^2 - 8|x| + 4}{x^2 - 1}$; г) $y = \frac{4x^2 + 8x + 4}{x^2 - 1}$.

5. Постройте графики:

а) $y = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$; б) $y = \frac{|x|^3 - x^2 - 6|x|}{|x|^3 - 5x^2 + 6|x|}$; в) $y = -\left| \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 5x^2 + 6x} \right|$; г) $|y-3| = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$.

6. Постройте график функции $y = \left(1 + \frac{3}{x-2}\right) : \left(\frac{3x+2}{x(x-2)} - \frac{2x}{x(x+2)} + \frac{6-x}{4-x^2}\right)$.