

## Квадратный корень-1

### Определение и простейшие свойства

Определение. Равенство  $\sqrt{a} = b$  означает, что  $b \geq 0$  и  $b^2 = a$ .

Свойство 1.  $(\sqrt{a})^2 = a$  при  $a \geq 0$ ; Свойство 2.  $\sqrt{a^2} = |a|$  при любом  $a$ .

1. Верно ли равенство: а)  $\sqrt{25} = -5$ ; б)  $\sqrt{-25} = -5$ ; в)  $\sqrt{(-3)^2} = -3$ ?
2. Вычислите:
  - а)  $(\sqrt{7})^2$ ; в)  $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ ; д)  $(-\sqrt{11})^2$ ; ж)  $-(-\sqrt{2})^2$ ; и)  $(\sqrt{(2\sqrt{3})^4})^2$ ;
  - б)  $(\sqrt{\sqrt{\frac{3}{5}}})^2$ ; г)  $\sqrt{1\frac{1}{4}}$ ; е)  $-(\sqrt{13})^2$ ; з)  $(-\sqrt{3})^6$ ; к)  $\sqrt{4 + \sqrt{25}}$ .
3. Сравните числа  $2\sqrt{17}$  и  $3\sqrt{7}$ .
4. Оцените с точностью до целых: а)  $\sqrt{43}$ ; б)  $-\sqrt{21 - \sqrt{15}}$ .
5. Имеет ли смысл выражение: а)  $-\sqrt{15}$ ; б)  $\sqrt{-289}$ ; в)  $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$  ?
6. При каких  $a$  имеет смысл выражение: а)  $\sqrt{4 - a}$ ; б)  $\sqrt{a^2}$ ; в)  $\sqrt{-a^2 + 2a - 1}$ ; г)  $\sqrt{4 - a^2}$  ?
7. Вычислите: а)  $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$ ; б)  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$ .
8. Упростите выражение: а)  $\sqrt{4a^2}$ ; б)  $\sqrt{9a^2b^4}$ ; в)  $\sqrt{121a^{10}b^{12}c^{14}}$ .
9. Упростите выражение:
  - а)  $\sqrt{(b - 4)^2}$  при  $b < 4$ ; г)  $\sqrt{(a + 1)^2 - 4a}$ ;
  - б)  $\sqrt{(a - 2)^2} + \sqrt{(a - 4)^2}$  при  $2 \leq a \leq 4$ ; д)  $\sqrt{(a^2 - 4)^2 + 16a^2}$ ;
  - в)  $\sqrt{y^2 - 10y + 25} + \sqrt{y^2 - 14y + 49}$  при  $y \geq 7$ ; е)  $\sqrt{10a + 23 + \sqrt{a^4 + 4a^2 + 4}}$ .

### Домашнее задание

10. Вычислите:
    - а)  $-(-\sqrt{2 - \sqrt{3}})^2$ ; в)  $\sqrt{1024} + \sqrt{144} - \sqrt{196}$ ; д)  $\sqrt{(11 - \sqrt{125})^2}$ .
    - б)  $\sqrt{2\sqrt{64}}$ ; г)  $2\sqrt{0,25} + 3\sqrt{11\frac{1}{9}}$ ;
  11. Оцените с точностью до целых  $\sqrt{182 + \sqrt{12}}$ .
  12. Сравните числа  $4\sqrt{5}$  и  $6\sqrt{2}$ .
  13. Упростите выражение:  $\sqrt{169a^{14}b^{20}}$ .
  14. При каких  $x$  имеет смысл выражение: а)  $\sqrt{\frac{3-x}{2x+5}}$ ; б)  $\sqrt{|x-3| - 5 + \sqrt{x^2 - 64}}$ ; в)  $\sqrt{3x - |x+4|}$
- ГГЗ 4.20(а,г), 4.21(б,г), 4.22(б,г), 4.23(в,г)

## Корень из произведения и дроби

Свойство 3.  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$  при  $a \geq 0, b \geq 0$ ; Свойство 4.  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  при  $a \geq 0, b > 0$

15. Вычислите:

а)  $\sqrt{1,44 \cdot 0,25 \cdot 49}$ ;      в)  $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$ ;      д)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ ;      ж)  $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}}$ ;  
 б)  $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4}$ ;      г)  $\sqrt{810 \cdot 40}$ ;      е)  $\sqrt{7,5} \cdot \sqrt{4,8}$ ;      з)  $\sqrt{5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 20 \cdot 27}$ .

16. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt{8}$ ;      б)  $\sqrt{54}$ ;      в)  $\sqrt{175}$ ;      г)  $\sqrt{12 \cdot 15}$ ;      д)  $\sqrt{28 \cdot 56 \cdot 10 \cdot 35}$ ;      е)  $\sqrt{\frac{50}{49}}$ .

17. Внесите множитель под знак корня:

а)  $4\sqrt{5}$ ;      б)  $3\sqrt{2a}$ ;      в)  $-3\sqrt{7}$ .

18. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt{a^3}$ ;      б)  $\sqrt{a^9b}$ ;      в)  $\sqrt{\frac{18a^2b}{c^4}}$ ;      г)  $\sqrt{a^{2n}b^{4m}}$ ;      д)  $\sqrt{8x^6y}$ , если  $x < 0$ ;      е)  $\sqrt{12x^4y}$ , если  $x < 0$ .

19. Внесите множитель под знак корня и укажите допустимые значения переменных:

а)  $a\sqrt{a}$ ;      б)  $a\sqrt{a^2}$ ;      в)  $(m-3)\sqrt{\frac{1}{m-3}}$ ;      г)  $(n-2)\sqrt{\frac{1}{2-n}}$ ;      д)  $(a-b)\sqrt{x}$ , если  $a \geq b$ ;  
 е)  $a\sqrt{b}$ .

20. Упростите выражение:

а)  $\sqrt{a^3 - a^2 - a + 1}$ , если  $-1 \leq a \leq 1$ ;      б)  $\frac{a^2}{2-a}\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{4(1-a)}{a^3}}$ , если  $a > 2$ .

21. Вычислите:

а)  $(3\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3}$ ;      г)  $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ ;      ж)  $(4\sqrt{75} + 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3}$ ;  
 б)  $(2\sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{10} + \sqrt{\frac{125}{2}}) \cdot \sqrt{\frac{5}{2}}$ ;      д)  $(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{6})^2$ ;      з)  $\sqrt{27} + \sqrt{12} + \sqrt{75}$ ;  
 в)  $(3 + \sqrt{21})(\sqrt{3} - \sqrt{7})$ ;      е)  $(\sqrt{7} - 2)^3$ ;      и)  $\sqrt{14} + \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{\frac{7}{2}}$ .

22. Сравните числа: а)  $\sqrt{19}$  и  $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ ;      б)  $\sqrt{7} + \sqrt{10}$  и  $\sqrt{3} + \sqrt{19}$ ;      в)  $\sqrt{3 + \sqrt{5 + \sqrt{8}}}$  и  $1 + \sqrt{2}$ .

### Домашнее задание

23. Выполните действия:

а)  $(\sqrt{15} - \sqrt{3})^2$ ;      г)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c})^2$ ;  
 б)  $(\sqrt{6} + \sqrt{6} - 1)^2$ ;      д)  $(\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1)(\sqrt{7} - \sqrt{2} + 1)$ ;  
 в)  $(\sqrt{3} + 1)^3 + (\sqrt{3} - 1)^3$ ;      е)  $\sqrt{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2} + 1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1}{2}}$ .

24. Вычислите: а)  $\sqrt{(36,5^2 - 27,5^2) : (\frac{57^3 + 33^3}{90} - 57 \cdot 33)}$ ;      б)  $2\sqrt{245} + \frac{1}{6}\sqrt{58^2 - 22^2} - 30\sqrt{1,8}$ .

25. Упростите выражение: а)  $\sqrt{30a^7 \cdot 45d^3 \cdot 75b^5 \cdot 98a^3}$ ;      б)  $\sqrt{\frac{8a^2b^7c^9}{121}}$ .

26. Внесите множитель под знак корня и укажите допустимые значения переменных:

а)  $a^3\sqrt{-a}$ ;      б)  $a\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}}$ ;      в)  $(n-4)\sqrt{\frac{1}{2n-8}}$ ;      г)  $(5-n)\sqrt{\frac{1}{n-5}}$ ;      д)  $x\sqrt{a}$ .

ГГЗ 4.56(г), 4.58(в), 4.59(в), 4.60(б), 4.61(в), 4.64(б), 4.69(а,в), 4.74(б,в), 4.75(г), 4.76(б).

**Квадратный корень-2***Сложные радикалы. Сопряженные выражения*

27. Упростите выражение, представив подкоренное выражение в виде полного квадрата:

а)  $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ ; б)  $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ ; в)  $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}}$ ; г)  $\sqrt{3a - 1 + 2\sqrt{2a^2 - a}}$ .

28. Вычислите:

а)  $(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}})^2$ ; в)  $\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$ ;  
 б)  $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}})^6$ ; г)  $\sqrt{|12\sqrt{3} - 21|} - \sqrt{12\sqrt{3} + 21}$ .

29. Докажите формулы сложного радикала:  $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$

30. С помощью формул сложного радикала вычислите:

а)  $\sqrt{7 + \sqrt{24}}$ ; б)  $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$ ; в)  $\sqrt{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}$ .

31. Вычислите:  $(\sqrt{21} - 2)\sqrt{25 + 2\sqrt{84}}$ .

32. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а)  $\frac{3}{2\sqrt{6}}$ ; в)  $\frac{\sqrt{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}}$ ; д)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{7 - \sqrt{2}}}$ ; ж)  $\frac{m\sqrt{n}}{n\sqrt{m}}$ ;  
 б)  $\frac{14}{3 + \sqrt{2}}$ ; г)  $\frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}}$ ; е)  $\frac{ab}{\sqrt{a^5b^3}}$ ; з)  $\frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x + 2} - 2}$ .

33. Вычислите:

а)  $\frac{1}{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7} + 3} + \frac{3}{1 - \sqrt{7}} - \frac{10}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}$ ; б)  $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$ .

34. Вычислите:

а)  $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} + 2 + \sqrt{3}$ ; б)  $\sqrt{6} + \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}}$ .

35. Сравните числа:

а)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$  и  $\frac{2}{1 - \sqrt{2}}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{10}}$  и  $\frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{11}}$ ; в)  $\sqrt{17} - \sqrt{15}$  и  $\sqrt{7} - \sqrt{5}$ .

*Домашнее задание*

36. Вычислите:  $(9 - \sqrt{83})\sqrt{18\sqrt{83} + 164}$ .

37. Вычислите: а)  $\frac{4}{\sqrt{5} - 3} + 3 + \sqrt{5}$ ; б)  $\frac{7}{\sqrt{11} - 2} + \frac{5}{4 + \sqrt{11}}$ ; в)  $\frac{1 - \sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} - (11 - 5\sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$ .

38. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а)  $\frac{6}{\sqrt{18}}$ ; в)  $\frac{a - 2}{\sqrt{4 - a^2}}$ ; д)  $\frac{2}{3 - \sqrt{2x - 1}}$ ; ж)  $\frac{b}{\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}}$ ;  
 б)  $\frac{a}{\sqrt{a^3b}}$ ; г)  $\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$ ; е)  $\frac{x}{\sqrt{1 - x} - \sqrt{1 - 2x}}$ ; з)  $\frac{23}{\sqrt{3 + \sqrt{2} - \sqrt{2}}}$ .

39. Сравните числа:

а)  $\sqrt{1542} + \sqrt{1544}$  и  $2\sqrt{1543}$ ; б)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - 2}$  и  $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$ .