

График квадратичной функции

1. Постройте график функции: а) $y = 2(x + 3)^2 - 6$; б) $y = 2x^2 + 12x^2 + 12$.
 Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$, b, c — числа, называется **квадратичной**, ее графиком является **парабола**.
2. Докажите, что график функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет ось симметрии, и напишите ее уравнение.
План построения графика квадратичной функции
 - 1) Указать, что функция квадратичная, а ее график — парабола.
 - 2) Указать направление ветвей параболы.
 - 3) Найти координаты вершины параболы: абсциссу по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$, а ординату — подстановкой.
 - 4) Найти и отметить (если удобно) точки пересечения с осями координат и точку, симметричную точке пересечения с осью ординат.
 - 5) При необходимости отметить дополнительные точки и построить график. Обычно достаточно 5 точек.
3. Постройте график функции:
 - а) $y = -x^2 - 10x - 21$; б) $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$; в) $y = (x + 2)^3 - (x - 1)^3 - 8$.
4. Найдите k и m , если точка $A(-2; -7)$ является вершиной параболы $y = kx^2 + 8x + m$.
5. Найдите a , b и c , если точка $M(-1; -7)$ является вершиной параболы $y = ax^2 + bx + c$, пересекающей ось ординат в точке $N(0; -4)$.
6. Напишите уравнение параболы, проходящей через точки $A(1; 4)$, $B(-1; 10)$ и $C(2; 7)$.
7. Графики функций $y = x^2 + 6x - 3$ и $y = (x + 3)^2 - 25$ пересечены прямой $x = a$. Найдите расстояние между точками пересечения.
8. Графики функций $y = x^2 + 2x + 4$ и $y = -3x^2 - 18x - 25$ пересечены прямой $y = b$. Найдите число точек пересечения в зависимости от b .
9. Постройте график функции:
 - а) $y = 2 - \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4}$; б) $y = |x^2 - 2|x - 1||$; в) $y = 4x - \frac{x^3}{(\sqrt{x})^2}$; г) $y = 4x - \frac{x^3}{\sqrt{x^2}}$.
10. Изобразите геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:
 - а) $y < x^2 - 6|x| + 8$; б) $|y| \geq x^2 - 6x + 8$; в) $|y| \geq |x^2 - 6x + 8|$.
11. Изобразите геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:
 - а) $y^2 - 4y - x + 5 = 0$; б) $|x| = y^2 - 3y + 2$; в) $y = |y + x^2 - 5x|$; г) $x^2 - 6x + 9 = y^4$.
12. Изобразите геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:
 - а) $\sqrt{y} \leq \sqrt{4x - x^2}$; б) $x \geq 4y - y^2$; в) $|y| \leq |4x - x^2|$; г) $|x^2 + y| \leq y + 1$.
13. По эскизу графика функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a , b и c .
14. По эскизам графиков функций $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ и $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ сравните b_1 и b_2 .
15. Определите знаки a и c , если $a + b + c < 0$, и уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней.
16. Напишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = 2x$ и касающейся параболы $y = 3x^2 + x - 2$.

Для домашнего задания
17. Постройте график функции:
 - а) $y = x^2 - 3x - (\sqrt{3x - 9})^2$; б) $y = x^2 - 3x - \sqrt{(3x - 9)^2}$.
18. Изобразите геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют уравнению $|y - 2x| = x^2$.