9 математический класс **23 января 2010 года.**

Зачёт №3. Программа.

1) **Многочлены. Деление с остатком.** Любой многочлен с комплексными коэффициентами можно разделить с остатком на любой ненулевой многочлен. Неполное частное и остаток при этом определяются однозначно.

2) **Теорема Безу.** Теорема Безу. Кратность корня многочлена. Формулы Виета.

3) **Линейные и квадратные.** Любой многочлен с действительными коэффициентами раскладывается на линейные и квадратичные множители с действительными коэффициентами.

4) **Интерполяционный многочлен Лагранжа.** Интерполяционный многочлен Лагранжа.

5) **Рациональные корни.** Теорема о целых и рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами.

6) **Инверсия. Круговое свойство.** При инверсии прямые и окружности переходят в прямые и окружности.

7) **Инверсия. Конформность.** При инверсии углы между прямыми и окружностями сохраняются.

8) **Инверсия. Непересекающиеся в концентрические.** Существует ровно две единичные инверсии, переводящие данную пару непересекающихся окружностей в пару концентрических.

9) **Задача Аполлония. Частные случаи.** Задача Аполлония для ситуации, когда по крайней мере две из трёх данных окружностей — точки.

10) **Задача Аполлония. Общий случай.** Задача Аполлония для ситуации, когда из данных окружностей не более одной точки.

11) **Теорема Птолемея.** Для любых четырех точек на плоскости имеет место неравенство $AB \cdot CD + BC \cdot AD \geqslant AC \cdot BD$, причем равенство возможно лишь тогда, когда все точки лежат на одной прямой или окружности, и пара точек A и C разделяет пару точек B и D.

12) **Поризм Штейнера.** Пусть окружность γ_2 расположена внутри окружности γ_1. Пусть существует цепочка окружностей S_1, S_2, $S_3, \ldots S_n$, каждая из которых касается двух соседних (S_n касается S_{n-1} и S_1), а также все они касаются γ_1 и γ_2. Тогда для любой окружности T_1, касающейся γ_1 и γ_2, существует аналогичная цепочка T_1, T_2, $T_3, \ldots T_n$ из n касающихся окружностей.