

Графы – 3. Упражнения.

- 1) Докажите, что у любого связного планарного графа с $V \geq 3$ вершинами количество рёбер не превосходит $3V - 6$.
- 2) Докажите, что в любом многограннике найдётся по крайней мере 4 вершины со степенями, не превосходящими 5.
- 3) Граф K_5 не планарен, но на торе его уложить можно. Нарисуйте. Сколько граней получилось?
- 4) Футбольный мяч шит из пятиугольников и шестиугольников, длины всех сторон которых одинаковы. Все многоугольники сшиваются сторона к стороне так, что к каждой вершине примыкают два шестиугольника и один пятиугольник. Сколько пятиугольников и сколько шестиугольников?
- 5) Докажите непосредственно (без теоремы Понтрягина-Куратовского), что граф Петерсена непланарен. Покажите также, как этот факт вытекает из теоремы Понтрягина-Куратовского.
- 6) Граф, который можно уложить на плоскости так, что все его вершины принадлежат внешней грани, называется *внешнепланарным*. Внешнепланарный граф, который лишается этого свойства при добавлении любого ребра, называется *максимальным внешнепланарным*. Сколько рёбер у максимального внешнепланарного графа, имеющего $V \geq 3$ вершин?

Графы – 3. Упражнения.

- 1) Докажите, что у любого связного планарного графа с $V \geq 3$ вершинами количество рёбер не превосходит $3V - 6$.
- 2) Докажите, что в любом многограннике найдётся по крайней мере 4 вершины со степенями, не превосходящими 5.
- 3) Граф K_5 не планарен, но на торе его уложить можно. Нарисуйте. Сколько граней получилось?
- 4) Футбольный мяч шит из пятиугольников и шестиугольников, длины всех сторон которых одинаковы. Все многоугольники сшиваются сторона к стороне так, что к каждой вершине примыкают два шестиугольника и один пятиугольник. Сколько пятиугольников и сколько шестиугольников?
- 5) Докажите непосредственно (без теоремы Понтрягина-Куратовского), что граф Петерсена непланарен. Покажите также, как этот факт вытекает из теоремы Понтрягина-Куратовского.
- 6) Граф, который можно уложить на плоскости так, что все его вершины принадлежат внешней грани, называется *внешнепланарным*. Внешнепланарный граф, который лишается этого свойства при добавлении любого ребра, называется *максимальным внешнепланарным*. Сколько рёбер у максимального внешнепланарного графа, имеющего $V \geq 3$ вершин?