

Парабола. Упражнения.

Считается, что F — фокус параболы.

- 1) Если A — точка пересечения касательных к параболе, B и C — точки касания, то
- а) Следующие утверждения эквивалентны: (1) $\angle BAC = 90^\circ$, (2) $F \in BC$, (3) A лежит на директрисе
- б) Также $AF \perp BC$
- в) и вообще, $\angle CFB$ в два раза больше угла между касательными в точках C и B .
- 2) Две параболы с перпендикулярными осями (B — точка пересечения осей) касаются в точке A . Докажите, что A, B, F_1, F_2 лежат на одной окружности.
- 3) AB — хорда параболы с фокусом F, A' и B' — проекции на директрису точек A и B . Пусть $Q = AB' \cap BA', M \in [AB], QM \parallel AA'$. Докажите, что FM — биссектриса $\angle AFB$.
- 4) Докажите, что окружность радиуса AF с центром в точке A , лежащей на параболе, касается директрисы, а точка M , диаметрально противоположная точке касания, такова, что MF параллельна касательной к параболе в точке A .
- 5) Даны две содиректрисные параболы. Докажите, что их общая касательная, директриса и линия фокусов пересекаются в одной точке.
- 6) Прямая касается двух парабол в их вершинах. Докажите, что если фокус одной лежит на другой, то и фокус другой лежит на первой.
- 7) Нарисована парабола. Постройте её ось, фокус и директрису.

Парабола. Упражнения.

Считается, что F — фокус параболы.

- 1) Если A — точка пересечения касательных к параболе, B и C — точки касания, то
- а) Следующие утверждения эквивалентны: (1) $\angle BAC = 90^\circ$, (2) $F \in BC$, (3) A лежит на директрисе
- б) Также $AF \perp BC$
- в) и вообще, $\angle CFB$ в два раза больше угла между касательными в точках C и B .
- 2) Две параболы с перпендикулярными осями (B — точка пересечения осей) касаются в точке A . Докажите, что A, B, F_1, F_2 лежат на одной окружности.
- 3) AB — хорда параболы с фокусом F, A' и B' — проекции на директрису точек A и B . Пусть $Q = AB' \cap BA', M \in [AB], QM \parallel AA'$. Докажите, что FM — биссектриса $\angle AFB$.
- 4) Докажите, что окружность радиуса AF с центром в точке A , лежащей на параболе, касается директрисы, а точка M , диаметрально противоположная точке касания, такова, что MF параллельна касательной к параболе в точке A .
- 5) Даны две содиректрисные параболы. Докажите, что их общая касательная, директриса и линия фокусов пересекаются в одной точке.
- 6) Прямая касается двух парабол в их вершинах. Докажите, что если фокус одной лежит на другой, то и фокус другой лежит на первой.