

Угол между прямой и плоскостью.

Теорема. Угол между наклонной к плоскости и ее проекцией на эту плоскость меньше угла между этой наклонной и любой другой прямой плоскости.

Определение. Углом между наклонной и плоскостью называется угол между наклонной и ее проекцией на эту плоскость. Если прямая параллельна плоскости или лежит в ней, то угол между ней и плоскостью равен 0° . Если прямая перпендикулярна плоскости, то угол между ними равен 90° .

Полезные советы:

- 1) Если точка пересечения данных прямой и плоскости неизвестна, то можно
 - Прямую и/или плоскость заменить на параллельную ей. (см задачи № 173б, в)
 - Построить точку пересечения, если это легко. (см задачу № 174б)
- 2) Пусть наклонная АВ пересекает плоскость α в точке А. Тогда угол между АВ и α равен $\arcsin BH/BA$, где BH – расстояние от В до α , найденное как угодно. (см задачу № 173в)
- 3) Для построения проекции прямой АВ не всегда требуется точно находить проекции точек А и В. (см задачу № 175)

173. Точка Р – середина ребра CD куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите углы между прямой $A_1 P$ и следующими плоскостями: а) $A_1 B C$; б) $B C C_1$; в) $B C_1 D$.
174. Точка М – середина ребра BC куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите углы между плоскостью $A_1 A M$ и следующими прямыми: а) $A_1 D$; б) $B_1 D$; в) $A_1 C$.
175. Точка К – середина ребра $B B_1$ куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите углы между плоскостью $A K C_1$ и следующими прямыми: а) $A A_1$; б) $A_1 C_1$.
176. Основанием призмы $AB C A_1 B_1 C_1$ является прямоугольный треугольник ABC, в котором $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 60^\circ$; боковое ребро перпендикулярно плоскости основания и равно его меньшему катету. Найдите, какой угол с плоскостью $A B C_1$ составляют прямые а) $B_1 C$; б) $A A_1$; в) $A_1 C$.
177. В правильном тетраэдре MABC точки D, E, K – середины соответственно ребер AB, BC и MC. Найдите угол между прямой DK и следующими плоскостями: а) BMC; б) MAE.
178. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отношение длин бокового ребра и стороны основания равно 2. Найдите угол между прямой $B D_1$ и плоскостью $B C_1 D$.
179. В основании пирамиды MABCD лежит квадрат, а ее боковое ребро MB равно стороне основания и перпендикулярно плоскости основания. Найдите угол между плоскостью MAB и прямой CT, где Т – середина ребра MD.
180. Всегда ли существует прямая, проходящая через данную точку и образующая с двумя данными плоскостями равные углы? А с тремя данными плоскостями?
181. Существует ли плоскость, проходящая через данную точку и образующая с двумя данными прямыми равные углы? А с тремя данными прямыми?

Домашнее задание

182. Пусть наклонная АВ пересекает плоскость в точке А, прямая АС является ее проекцией на эту плоскость, точка D принадлежит указанной плоскости. Докажите, что $\cos \angle B A D = \cos \angle B A C \cdot \cos \angle C A D$.
183. Отношение бокового ребра правильной пирамиды MABCD к стороне ее основания равно $\sqrt{5}/2$. Найдите углы между плоскостью MBC и следующими прямыми: а) CD; б) MD; в) BD.