

Движения в пространстве – 2 (обсуждение задач).

1) а) Докажите "лемму о четырёх гвоздях": если четыре некомпланарные точки при некотором движении переходят в себя, то это движение — тождественное преобразование.

б) Докажите, что движение однозначно определяется образами любых четырёх некомпланарных точек.

в) докажите, что каждое движение пространства — композиция не более чем четырёх зеркальных симметрий.

2) Какими должны быть параметры простых движений разных типов (отличных от Id), чтобы они коммутировали между собой? Рассмотрите случаи:

а) зеркальная симметрия и сдвиг;

б) вращение вокруг оси и сдвиг;

в) вращение вокруг оси и зеркальная симметрия (ось не в плоскости симметрии).

Полученные Вами сложные движения называются **винтовым движением, поворотным отражением и скользящим отражением**. Догадайтесь, какое именно как называется.

3) Рассмотрите композицию трёх зеркальных симметрий относительно взаимно перпендикулярных плоскостей. Опишите, куда переходят точки при такой композиции. Какого рода это движение? Каким типом сложного движения оно является? Как бы Вы назвали такое движение?

4) а) В понедельник столяр Петрович выпилил бревно и положил его на землю. Внимательно на него посмотрев, он обнаружил, что бревно имеет пересекающиеся вертикальную и горизонтальную оси симметрии, а больше осей симметрии не имеет. Докажите, что Петрович был в понедельник не слишком трезв.

б) Во вторник столяр Петрович снова посмотрел на своё бревно и обнаружил, что вертикальная и горизонтальная оси симметрии бревна не пересекаются. Докажите, что и во вторник Петрович был пьян.

5) Опишите группу самосовмещений правильного тетраэдра. Покажите, что в ней не более 24 элементов. Покажите, что количество элементов в этой группе делит 24. Определите количество элементов и назовите каждый из них. Укажите среди них движения первого рода и покажите, что они образуют подгруппу. Нормальна ли она?

б) Опишите группу самосовмещений куба. Покажите, что в ней не более 40320 элементов :)) Определите количество элементов и назовите каждый из них. Укажите среди них движения первого рода и покажите, что они образуют подгруппу. Нормальна ли она? Изоморфна ли группе самосовмещений тетраэдра? Является ли группа самосовмещений тетраэдра подгруппой (нормальной подгруппой) группы самосовмещений куба?