Геометрия, 8 "В", группа 1, программа зачёта 24 января.

1) Теорема Пифагора и обратная ей.

2) Соотношения между элементами прямоугольного треугольника. Синус, косинус и тангенс острого угла.

3) Формула длины медианы.

4) Прямая, проходящая через вершину A квадрата $ABCD$, пересекает сторону CD в точке E и прямую BC в точке F. Докажите, что $\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{1}{AB^2}$.

5) Докажите, что если медианы m_a и m_b перпендикулярны, то $a^2+b^2=5c^2$.

6) Угол, опирающийся на диаметр. Пересечение прямой и окружности. Диаметр, перпендикулярный хорде, делит её пополам. Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе. Отрезки касательных равны. Хорда, соединяющая точки касания касательных из P, перпендикулярна PO.

7) Пересечение двух окружностей. Концентрические окружности. Касание. Точка касания лежит на линии центров. Общая касательная перпендикулярна линии центров. Общая хорда перпендикулярна линии центров. Общие касательные к двум окружностям.

8) Окружности с радиусами R и r внешне касаются в точке A. К ним проведена общая внешняя касательная PQ Докажите, что $AP \perp AQ$ и что $PQ=2\sqrt{Rr}$.

9) Теорема о касательной и секущей.

10) Точки C и D лежат на окружности с диаметром AB. Пусть $AC\cap BD=P$ и $AD\cap BC=Q$. Докажите, что $AB\perp PQ$.

Геометрия, 8 "В", группа 1, 19 января, задание на урок.

1) Окружность радиуса r изнутри касается окружности радиуса R. Найдите длину хорды большой окружности, касающейся малой и параллельной линии центров. ($2\sqrt{R^2-r^2}$)

2) Та же задача с заменой слова "параллельной" на слово "перпендикулярной". ($4\sqrt{r(R-r)}$)

3) Окружность радиуса 8 касается прямой в точке M и проходит через точку A, удалённую от этой прямой на расстояние 9. Найдите AM (12)

4) К окружности с диаметром 12 проведены две параллельные касательные и третья касательная, пересекающая их. Отрезок третьей касательной, заключённый между первыми двумя, равен 13. В каком отношении этот отрезок делится точкой касания? (4 : 9)

5) Окружность проходит через вершины B и C единичного квадрата, а вершины A и D лежат снаружи от окружности. Касательная, проведённая к окружности из точки A, равна 2. Найдите радиус окружности. ($\frac{1}{2}\sqrt{10}$)

6) Окружность ω_1 диаметра 2 касается изнутри окружности ω_2 радиуса 2. Окружность ω_3 касается первых двух и их линии центров. Каков её радиус? (8/9)

7) (Продолжение.) Если Вы решили предыдущую задачу, то узнали, что радиус ω_3 немного меньше радиуса ω_1. Но если чуть уменьшить радиус ω_1, радиус ω_3 увеличится. Каким нужно выбрать радиус ω_1 (сохранив, разумеется радиус ω_2 равным 2), чтобы радиусы ω_1 и ω_3 сравнялись? ($4\sqrt{3}-6$)

8) Высоты AP и CQ остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Точка M — середина AC. На отрезке BH как на диаметре построена окружность. Докажите, что MP и MQ — касательные к ней.