

Геометрия, 8 "В", группа 2, 23 марта, письменная работа.

1) На стороне AC треугольника ABC выбрана точка Q , а на продолжении стороны AB этого треугольника за точку B выбрана точка P . Отрезок PQ пересекает сторону BC в точке R . Известно, что $PR : RQ = 3 : 4$ и $BR : RC = 2 : 5$. Найдите $AQ : CQ$ и $AB : PB$.

2) Стороны равностороннего треугольника ABC продолжены: две за вершину C , а одна за вершину A . На продолжениях отмечены точки A_1, B_1 и C_1 так, что $A_1C = 2$, $C_1A = 7$ и $B_1C = 3$. Найдите сторону треугольника, если известно, что A_1, B_1 и C_1 лежат на одной прямой.

3) С помощью теоремы Чевы и/или Менелая докажите теорему Ван-Обеля: если чевианы AA', BB' и CC' треугольника ABC пересекаются в точке W , то $\frac{AW'}{W'B} + \frac{BW'}{W'C} + \frac{CW'}{W'A} = \frac{AW}{WA'}$.

4) Каждая вершина треугольника соединена с точкой касания вневписанной окружности с прямой, содержащей противоположную этой вершине сторону. Докажите, что три построенных отрезка пересекаются в одной точке.

5) Используя теорему Менелая, докажите теорему о прямой Симсона.

Геометрия, 8 "В", группа 2, 23 марта, домашнее задание.

1) В каком отношении в египетском треугольнике самая длинная биссектриса делит самую короткую медиану?

2) На сторонах AB и BC равностороннего треугольника ABC выбраны точки P и Q соответственно так, что $AP = 1$ и $BQ = 2$. Прямые PQ и AC пересекаются в точке R , причём $AR = 3$. Найдите сторону треугольника.

3) Вписанная в треугольник ABC окружность касается его сторон в точках A_1, B_1 и C_1 . Вневписанная окружность этого треугольника касается его стороны AC в точке B_2 , а продолжений сторон AB и BC — в точках C_2 и A_2 соответственно. Докажите, что если A_1, B_1 и C_2 лежат на одной прямой, то и A_2, B_2 и C_1 также лежат на одной прямой.

4) Окружность ω_1 касается изнутри окружности ω в точке A . Окружность ω_2 внешне касается окружности ω в точке B . Докажите, что общие внутренние касательные к ω_1 и ω_2 и прямая PQ пересекаются в одной точке.

5) В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA', BB' и CC' . Докажите, что медианы треугольников $AB'C'$, $BA'C'$ и $CA'B'$, проведённые, соответственно, из A, B и C , если их продолжить, пересекутся в одной точке.

6) (Теорема Гаусса.) Продолжения сторон AB и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P , а продолжения сторон AD и BC — в точке Q . Докажите, что середины отрезков AC, BD и PQ лежат на одной прямой.