

Подобие треугольников

1. В треугольник ABC вписан квадрат так, что одна сторона квадрата лежит на стороне AB, а две оставшиеся вершины квадрата – на сторонах AC и BC. Найдите сторону квадрата, если сторона $AB = a$, а высота $CH = h$.
2. На стороне AC треугольника ABC отмечена такая точка D, что $\angle CBD = \angle CAB$. Найдите BC, если $AD = 9$, $DC = 3$.

Второй и третий признаки подобия треугольников

- 2) Если $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC}$, $\angle B_1 = \angle B$, то треугольники $A_1B_1C_1$ и ABC подобны.
- 3) Если $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC}$, то треугольники $A_1B_1C_1$ и ABC подобны.
3. Пусть AA_1 и BB_1 – высоты остроугольного треугольника ABC. Докажите, что треугольник A_1B_1C подобен треугольнику ABC с коэффициентом $\cos \angle C$.
4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1 . Найдите B_1C_1 , если $\angle A = 60^\circ$, $BC = 6$.

Домашнее задание

5. Атанасян, №554.
6. Пусть AA_1 и BB_1 – высоты остроугольного треугольника ABC. Докажите, что треугольник AA_1C подобен треугольнику BB_1C .
7. Точка M лежит на боковой стороне AC равнобедренного треугольника ABC с основанием BC, причем $BM = BC$. Найдите MC, если $BC = 1$, $AB = 2$.

Доказательство теорем с помощью подобия треугольников

1. Докажите с помощью подобия: а) свойство средней линии треугольника; б) теорему о точке пересечения медиан треугольника.
2. Докажите с помощью подобия соотношения в прямоугольном треугольнике:
а) $h^2 = a_c b_c$; б) $a^2 = c a_c$; в) теорему Пифагора.
3. Атанасян, 572 (а, в)
4. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота из вершины C прямого угла. Окружность, построенная на этой высоте как на диаметре, высекает на катетах отрезки, равные 12 и 18. Найдите катеты треугольника.
5. Окружность, вписанная в трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки a и b . Найдите радиус окружности.

Домашнее задание

6. Атанасян, 572 (б, д)
7. Атанасян, 577
8. AB — диаметр окружности; BC — касательная; D — точка пересечения прямой AC с окружностью. Известно, что $AD = 32$ и $DC = 18$. Найдите радиус окружности.
9. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, а проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите гипотенузу и второй катет.

Решение задач по теме «Подобие треугольников»

1. Точка K лежит на диагонали BD параллелограмма ABCD, причем $BK : KD = 1 : 4$. В каком отношении прямая AK делит сторону BC?
2. Катет прямоугольного треугольника равен $4\sqrt{5}$ см, а высота, опущенная на гипотенузу – 4 см. Найдите периметр треугольника.
3. В треугольнике ABC сторона $AB = 15$ и $AC = 10$; AD — биссектриса угла A. Из точки D проведена прямая, параллельная AB, до пересечения с AC в точке E. Найдите AE и EC.
4. Окружность, вписанная в трапецию, делит ее боковую сторону на отрезки a и b . Найдите радиус окружности.

Домашнее задание

5. AA_1 и CC_1 – высоты остроугольного треугольника ABC, H – его ортоцентр (точка пересечения высот). $AH = 5$, $A_1H = 2$, $C_1H = 3$. Найдите CH.
6. Четырёхугольник разрезан диагоналями на четыре треугольника. Докажите, что точки пересечения медиан этих треугольников образуют параллелограмм.
7. Через точку S пересечения продолжений боковых сторон трапеции провели прямую, параллельную основаниям трапеции. MN – отрезок этой прямой, заключенный между продолжениями диагоналей трапеции. Докажите, что $MS = NS$ и найдите длину отрезка MN , если основания трапеции равны a и b ($b > a$).
8. В выпуклом четырехугольнике ABCD известно, что $\angle ACD = 40^\circ$, $\angle ACB = 25^\circ$, $\angle BAD = 115^\circ$. Найдите угол ADB.