

Подобие в окружности

Теорема о произведении отрезков хорд. *Произведения отрезков двух пересекающихся хорд равны.*

1. Радиусы двух concentрических окружностей равны 1 см и 2 см. Хорда большей окружности делится меньшей окружностью на три равные части. Найдите ее длину.
2. В окружность вписан треугольник, одна из сторон которого равна 21. Параллельно этой стороне через точку пересечения медиан проведена хорда. Отрезки хорды, расположенные вне треугольника, равны 11 и 8. Найдите неизвестные стороны треугольника.
3. Окружность проходит через вершины В и С треугольника АВС и пересекает стороны АВ и АС в точках М и N соответственно. Известно, что $BC = 3 \cdot MN$ и $AB = 12$. Найдите AN.

Теорема о произведении отрезков секущих. *Произведение всей секущей на ее внешнюю часть для данной точки и данной окружности постоянно.*

4. E-D-C и E-B-A – секущие. $AB = 3$, $BE = 5$, $DE = 4$. Найдите CD.

Домашнее задание

5. Атанасян, №666(б)
6. Атанасян, №667
7. Каждая из боковых сторон равнобедренного треугольника АВС разделена на три равные части, и через четыре точки деления проведена окружность, высекающая на основании АС хорду МК. Найдите МК, если $AB = BC = 3$, $AC = 4$.
8. Из точки А проведены два луча, пересекающие данную окружность: один – в точках В и С, другой – в точках D и E. Известно, что $AB = BC = 7$, $AD = 10$. Найдите DE.

Теорема о квадрате касательной

Теорема о квадрате касательной. *Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной.*

1. CD – касательная, C-B-A – секущая. $AB = 5$, $CD = 6$. Найдите CB.
2. Докажите, что прямая, проходящая через точки пересечения двух окружностей, делит пополам общую касательную к ним.
3. Из точки М, расположенной вне окружности на расстоянии $\sqrt{7}$ от центра, проведены касательная МА (А – точка касания) и секущая, внутренняя часть которой вдвое меньше внешней и равна радиусу окружности. Найдите МА.
4. Постройте окружность, проходящую через две данные точки и касающуюся данной прямой.

Домашнее задание

5. Диаметр CD окружности с центром в точке О пересекается с хордой АВ в точке К, $OK = 5$ см. Расстояние от центра окружности до хорды равно 4 см. Найдите радиус окружности, если длина хорды равна 16 см.
6. Сторона AD квадрата ABCD равна 1 и является хордой некоторой окружности, причем остальные стороны квадрата лежат вне этой окружности. Касательная ВК, проведенная из вершины В к этой же окружности, равна 2. Найдите диаметр окружности.
7. Диаметр окружности, перпендикулярный к хорде MN, пересекает ее в точке А. Хорда BC пересекает MN в точке D. Докажите, что значение $AD^2 + BD \cdot CD$ не зависит от положения точки D.

Подобие в окружности – разные задачи

1. Через точку P , лежащую на общей хорде AB двух пересекающихся окружностей, проведены хорда KM первой окружности и хорда LN второй окружности. Докажите, что четырехугольник $KLMN$ вписанный.
2. Через вершину наибольшего угла треугольника со сторонами 4, 6 и 7 проведена касательная к окружности, описанной около этого треугольника. Найдите отрезок касательной, заключенный между точкой касания и точкой пересечения с продолжением наибольшей стороны треугольника.
3. Постройте окружность, проходящую через две данные точки и касающуюся данной прямой.
4. Две окружности пересекаются в точках A и B . Проведены хорды AC и AD , причем хорда одной окружности касается другой окружности. Найдите AB , если $CB=a$, $BD=b$.
5. Продолжение медианы треугольника ABC , проведенной из вершины A , пересекает описанную окружность в точке D . Найдите BC , если $AC = DC = 1$.
6. Докажите теорему: Квадрат биссектрисы треугольника равен произведению сторон, ее заключающих, без произведения отрезков третьей стороны, на которые она разделена биссектрисой: $l^2 = ab - a_c b_c$.
Запомните формулу!

Домашнее задание

7. Точка находится внутри круга радиуса 6 и делит проходящую через нее хорду на отрезки длиной 4 и 5. Найдите расстояние от этой точки до окружности.
8. Диаметр AB перпендикулярен хорде CD . $AD = 5$, $BC = 12$. Найдите CD .
9. Около треугольника ABC описана окружность. Прямая l касается окружности в точке A . Через точку D стороны AB проведена прямая $DE \parallel l$, где $E \in AC$, $AE = 5$, $AD = 6$, $EC = 7$. Найдите BD .
10. а) Диагональ AC вписанного в окружность четырехугольника $ABCD$ является биссектрисой угла BAD . Докажите, что прямая BD отсекает от треугольника ABC подобный ему треугольник.
б) Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K . Найдите KC , если $BC = 4$, $AK = 6$.