

Программа зачета по теме «Площадь»**Теория**

1. Аксиомы площади. Теорема о площади квадрата со стороной $1/n$. Площадь прямоугольника (с доказательством для случая рациональных длин сторон).
2. Формулы площади параллелограмма, треугольника, трапеции.
3. Теорема о разрезанном треугольнике
4. Докажите, что медианы делят треугольник на 6 равновеликих треугольников.
5. Пусть на одной стороне угла с вершиной O отмечены точки A и C , а на другой стороне – точки B и D . Выразите отношение площадей треугольников AOB и COD через отношения длин соответствующих отрезков.
6. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Выразите отношение площадей треугольников ABC и ADC через отношения длин соответствующих отрезков.
7. Формула, связывающая площадь треугольника с радиусом вписанной окружности. Площадь описанного многоугольника.
8. Отношение площадей подобных треугольников.
9. Докажите с помощью площади, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

Задачи

1. Найдите высоту прямоугольного треугольника с катетами a и b и гипотенузой c .
2. $ABCD$ – трапеция с основаниями AD и BC , и ее диагонали пересекаются в точке O . Известно, что $S_{BOC} = S_1$, $S_{AOD} = S_2$. Найдите S_{ABCD} .
3. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что $S_{AOB} = 2$, $S_{BOC} = 4$, $S_{COD} = 3$. Найдите S_{AOD} .
4. Основания трапеции относятся как $1 : 3$, ее площадь равна 32 . Найдите площади четырех треугольников, на которые диагонали разбивают трапецию.
5. В параллелограмме $ABCD$ точка M – середина AB , O – точка пересечения диагоналей, K – точка пересечения DM и AC . Известно, что $S_{ДОК} = S$. Найдите площадь параллелограмма.
6. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 , 10 и 8 .
7. Два квадрата со стороной a имеют общую вершину, причем сторона одного из них лежит на диагонали другого. Найдите площадь общей части этих квадратов.
8. В равнобедренной трапеции диагональ равна 10 см, а высота равна 6 см. Найдите площадь трапеции.
9. Точки K и P лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, причем $AK : CK = 3 : 2$, $BP : CP = 1 : 2$. В каком отношении точка пересечения отрезков AP и BK делит отрезок BK ?
10. На сторонах AB , BC , AC треугольника ABC взяты соответственно точки P , K , M . Отрезки BM и KP пересекаются в точке O . Известно, что $AP : PB = 2 : 3$, $BK : KC = 2 : 5$, $AM : MC = 1 : 3$. Найдите, в каком отношении точка пересечения отрезков BM и KP разбивает эти отрезки.

Бонус

Дан треугольник ABC . Найдите все такие точки P , что площади треугольников ABP , BSP и ACP равны.