

3.

1.  $\frac{1}{m}$   $a \equiv b \pmod{m}$   $m$ ,  
 2.  $\frac{2}{m}$   $a \equiv b \pmod{m}$   $m$ ,  
 3.  $a \equiv b \pmod{m}$ . ( $a \equiv b \pmod{m}$ )  
 1.  $a \equiv b \pmod{m}$ ,  $b \equiv c \pmod{m}$ .  
 2. ( $a \equiv b \pmod{m}$ )  $a \equiv b \pmod{m}$   $b \equiv c \pmod{m}$ ,  $a \equiv c \pmod{m}$ ;  
 ( $a \equiv b \pmod{m}$ )  $c \equiv d \pmod{m}$ ,  $a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$ ;  
 ( $a \equiv b \pmod{m}$ )  $c \equiv d \pmod{m}$ ,  $ac \equiv bd \pmod{m}$ ;  
 ( $a \equiv b \pmod{m}$ )  $a^k \equiv b^k \pmod{m}$ ;  
 3.  $9^{100} \equiv 8 \pmod{12}$ ,  $12^{99} \equiv 13 \pmod{23}$ ,  $23^{49} \equiv 7 \pmod{2}$ ,  $2^{75} + 2^{76} + 2^{77} + 2^{78} \equiv 5 \pmod{5}$   
 4.  $(m+2)^{20} \equiv (m^2-2)^{20} \pmod{m}$   
 $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n \pmod{11}$   
 5.  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ,  $-1$   
 6. ( $a \equiv b \pmod{p}$ )  $p \nmid c$ ,  $c \equiv a \pmod{p}$ ,  $ac \equiv bc \pmod{p}$ ,  
 $a \equiv b \pmod{m}$   $c \equiv d \pmod{m}$ ,  $ac \equiv bc \pmod{m}$ ?  
 7.  $(\dots x)$   
 $3x \equiv 1 \pmod{7}$   $6x \equiv 5 \pmod{9}$   $6x \equiv 2 \pmod{10}$   
 8.  $(n+1)^3 \equiv n^3 + 1 \pmod{3}$   
 $(n+1)^p \equiv n^p + 1 \pmod{p}$   
 $n^p \equiv n \pmod{p}$   
 9.  $a \equiv b \pmod{m}$   $a, 2a, 3a, \dots, (m-1)a$   
 10.  $(a, m) = 1$ .  $ax \equiv b \pmod{m}$ ,  
 $(a, m) = d$ ?  
 11.  $p$   $a \equiv b \pmod{p}$ ,  $(p-1)! \equiv a^{p-1} (p-1)! \pmod{p}$ .  
 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ .

12. )  $8^{900}$  29.  $300^{3000}-1$  1001.

13.  $p > 5$  ,  $\underbrace{11\dots 1}_{p-1}$   $p$ .

14.  $25$   $24$   $4$   $1000$ .

$\frac{.}{m_1} \quad m_2$   $( \quad )$   $0 \leq r < m$  ,  $m = m_1 m_2$  ,  $0 \leq r_1 < m_1$   $0 \leq r_2 < m_2$  ,  $r \equiv r_1 \pmod{m_1}$   $r \equiv r_2 \pmod{m_2}$ .

15.  $r$   $r -$  .

16.  $r_1 + 2m_1, \dots, r_1 + (m_2 - 1)m_1$   $r_2$   $m_2$   $r_1$   $r_1 + m_1$  .

17.  $\left\{ \begin{array}{l} x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \end{array} \right\}$   $\left\{ \begin{array}{l} x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \\ x \equiv 4 \pmod{9} \end{array} \right\}$

18.  $x^2 \equiv 1 \pmod{77}$

19.  $(p-1)!$   $p?$

20.  $p > 2$   $\frac{m}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{p-1}$

21.  $a_n = 1 + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n$   $5$   $2005$   $2005?$

22.  $a$   $b$   $(a, b) = 1$ .

23.  $a$   $a^2 \equiv -1 \pmod{n}$   $b$   $b^2 \equiv -1 \pmod{n(n^2 + 1)}$ .