

## Варьирование

*Идея варьирования — это поиск решения последовательными улучшениями от произвольной начальной ситуации к искомой, в ходе которого нужные нам характеристики «не ухудшаются».*

1. Пять деревень расположены друг за другом на прямой дороге. Где надо выкопать колодец, чтобы сумма расстояний от него до деревень была минимальной?
2. Треугольник целиком содержится в параллелограмме. Докажите, что его площадь не превышает половины площади параллелограмма.
3. Выпуклый многоугольник содержится полностью внутри другого. Докажите, что периметр внешнего больше чем периметр внутреннего.
4. а) Докажите, что любой отрезок, лежащий внутри треугольника, короче его наибольшей стороны.  
б) Докажите, что любой отрезок лежащий внутри многоугольника короче его наибольшей диагонали или стороны.
5. В парламенте у каждого не более трех врагов. Докажите, что парламент можно разбить на две палаты так, что у каждого парламентария в его палате будет не более одного врага.
6. Каждый ученик одного класса ходил хотя бы в один из двух походов. В каждом походе мальчиков было не более, чем  $2/5$ . Докажите, что в классе мальчиков не более  $4/7$ .
7. Параллелограмм целиком содержится в треугольнике. Докажите, что его площадь не превышает половины площади треугольника.
8. Докажите, что среди всех  $n$ -угольников, вписанных в данную окружность, наибольшую площадь имеет правильный.