

Иррациональные уравнения

1. Возведение в квадрат (куб)

а) $\sqrt{x+1} = x$; в) $\sqrt{5x-2} - \sqrt{3x-10} = \sqrt{x+4}$; д) $\sqrt{x^2-5x+3} = \sqrt{x-2}$.
 б) $\sqrt{x+1} = -x$; г) $\sqrt{7-3x} = x+7$;

2. Разложение на множители

а) $(x^2 - 5x + 4)\sqrt{x-3} = 0$; б) $(x+1)\sqrt{x^2+x-2} = 2x+2$.

3. Замена переменной

а) $\sqrt{2-x} - 20 = \sqrt[4]{2-x}$; б) $x^2 + \sqrt{x^2-x+9} = x+3$?

4. Область определения и область значений функции

Докажите, что не имеет решения уравнение:

а) $\sqrt{x-5} + 2\sqrt{x^2-4} = 0$; б) $\sqrt{x+10} + \sqrt{x} = 3$.

5. Монотонность. Угадайте корень уравнения и докажите, что он единственный.

а) $2\sqrt{x} + \sqrt{x-3} = 9-x$; б)* $(\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2})(\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1}) = 16$.

6. Разные уравнения

а) $\sqrt{15+3x} = 1-x$;

ж) $\sqrt{-1-x} + \sqrt{x+6} = 3$;

б) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-7} = 2$;

з) $5\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x^2} = \frac{1}{2-x}$;

в) $\sqrt{x^4+x^3-4x^2+3x-16} = \sqrt{x^4-16}$; и) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{7-x}$;

г) $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$;

к) $\sqrt{2x^2-2x+5} - \sqrt{3-x^2+x} = 2$;

д) $(4x^4 - 5x^2 + 1) \cdot \sqrt{4x+3} = 0$;

л) $\sqrt{x^3+3x^2-16x} + \sqrt{2-1} = -1-2x^2$;

е) $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x+7} = 3$;

м) $\sqrt{x} + \sqrt{x+11} + \sqrt{x} - \sqrt{x+11} = 4$;

Домашнее задание

7. Решите уравнения:

а) $\sqrt[3]{x^2+4x-50} = 3$;

г) $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+2} = 2$;

б) $\sqrt{x^2-16} = \sqrt{5x+8}$;

д) $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$;

в) $\sqrt{7x^2-11x+5} = 2x-1$; е) $\frac{\sqrt[4]{x^4-16} + \sqrt[6]{x^3-8}}{3x-x^2-2} = 0$;