

Расстояние от точки до плоскости-1

Свойства расстояния от точки до плоскости

1. Пусть плоскость пересекает отрезок АВ в его середине. Тогда точки А и В равноудалены от этой плоскости.
2. Пусть точки А и В принадлежат наклонной, пересекающей плоскость α в точке С. Тогда расстояния от точек А и В до плоскости пропорциональны длинам отрезков АС и ВС.
3. Точки прямой, параллельной плоскости, удалены от этой плоскости на одинаковое расстояние. Оно равно расстоянию от этой прямой до плоскости.
4. Точки плоскости α , параллельной плоскости β , удалены от плоскости β на одинаковое расстояние. Оно равно расстоянию между плоскостями α и β .

1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер : $AB = 3a$, $AD = 4a$, $AA_1 = a$. Найдите расстояние до плоскости $AB_1 D_1$ от следующих точек: а) A_1 ; б) D ; в) точки Е, симметричной точке В относительно D ; г) С.
2. Боковое ребро правильной пирамиды $SABC$ равно медиане ее основания. Точки Р и Q – середины соответственно ребер АВ и АС. Считая $AB = a$, найдите расстояние до плоскости α , проходящей через точки Р и q параллельно прямой SA, от следующих точек: а) центра основания О; б) В; в) середины М высоты SO.
3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром a . Точка М – середина ребра ВС. Найдите расстояние до плоскости $C_1 DM$ от следующих точек: а) С; б) В; в) N – середины ребра AD; г) А; д) A_1 .
4. (Домашнее задание) Найдите расстояние от вершины А куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с длиной ребра a до плоскостей: а) $AB_1 D$; б) $BC_1 D$; в) DBP , где точка Р – середина ребра $B_1 C_1$.

Расстояние от точки до плоскости-2

1. Точки А и В расположены по одну сторону от плоскости α и удалены от нее на расстояния соответственно a и b . Точка С делит отрезок АВ в отношении $AC : BC = 1 : 2$. Найдите расстояние от точки С до плоскости α .
2. Точки А и В расположены по разные стороны от плоскости α и удалены от нее на расстояния соответственно 4 и 6. Найдите расстояние от середины отрезка АВ до плоскости α .
3. Боковое ребро правильной пирамиды $SABC$ равно медиане ее основания. Точки Р и Q – середины соответственно ребер АВ и АС. Считая $AB = a$, найдите расстояние до плоскости α , проходящей через точки Р и q параллельно прямой SA, от следующих точек: а) центра основания О; б) В; в) середины М высоты SO.

Расстояние между скрещивающимися прямыми

Определение. **Общим перпендикуляром** двух скрещивающихся прямых называется перпендикулярный им отрезок, концы которого лежат на данных прямых.

Теорема. **Общий перпендикуляр** двух скрещивающихся прямых существует и единственен.

Теорема. **Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно длине их общего перпендикуляра.**

Полезные советы

Чтобы найти расстояние между скрещивающимися прямыми, можно:

- 1) Построить их общий перпендикуляр и найти его длину;
- 2) Провести через одну из них плоскость, параллельную другой, и найти расстояние от любой точки второй прямой, до этой плоскости.
- 3) Провести через них параллельные плоскости и найти расстояние между ними
- 4) Провести через одну из них плоскость, перпендикулярную другой, и найти в этой плоскости расстояние от точки ее пересечения со второй прямой до первой прямой.

4. Найдите расстояние между скрещивающимися ребрами куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1.

5. Найдите расстояние между прямыми AB и B_1D .
6. На ребрах AD , CC_1 и A_1D_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взяты соответственно точки Q , C_2 и R – середины этих ребер. Считая ребро куба равным a , найдите расстояния между прямой A_1C_1 и следующими прямыми: а) CQ ; б) DC_2 ; в) DR .
7. (Домашнее задание) M – середина ребра AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Считая ребро куба равным a , найдите расстояние: а) между прямой B_1M и прямой CD_1 ; б) между прямой B_1M и прямой AC ; в) от точки A_1 до плоскости MB_1D_1 ; г) от точек A , C_1 , D до той же плоскости; д) между прямыми BD и MB_1 .
8. Ребро куба равно 1. Каждая из двух прямых содержит две вершины куба. Чему может равняться расстояние между прямыми?

Гимназия №1543. 10-А класс.

Расстояние

8 февраля 2012 года

- а) Все ребра правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равны a . Каждая из двух скрещивающихся прямых проходит через две вершины этой пирамиды. Чему может равняться расстояние между этими прямыми?
- б) Найдите расстояния от центров масс боковых граней данной пирамиды до ее боковой грани.

Домашнее задание.

В правильной пирамиде $SABC$ ребро основания $AB = a$, боковое ребро равно медиане основания. Точки P и Q – середины соответственно ребер AB и AC .

- а) Найдите расстояние между прямыми AS и BC .
- б) Через точки P и Q параллельно прямой SA проведена плоскость α . Найдите расстояние до плоскости α от точек A , B и центра O основания.

Гимназия №1543. 10-А класс.

15 февраля 2012 года

Самостоятельная работа по теме «Расстояния»

1. Все ребра четырехугольной пирамиды $SABCD$ равны 4. Найдите расстояние:
 - а) от основания O высоты пирамиды до плоскости CSD ; б) от вершины A до плоскости CSD ;
 - в) между прямыми AS и CD ;
 - г) от центра масс трех боковых граней до четвертой боковой грани
2. В правильной пирамиде $SABC$ ребро основания $AB = a$, а боковые ребра – $2a$. Найдите расстояние:
 - а) от центра основания до боковой грани; б) между прямыми AS и BC .

Гимназия №1543. 10-А класс.

21 февраля 2012 года

Самостоятельная работа по теме «Расстояния»

Дана правильная четырехугольная пирамида $SABCD$. Боковое ребро $SA = \sqrt{5}$, сторона основания равна 2. M – середина ребра SC . Найдите расстояние до плоскости ADM :

- 1) от точки B ; 2) от точки S ; 3) от центра основания.
- Найдите угол между прямыми: 4) AM и BC ; 5) AS и BC .