

## Контрольная работа 1

**Задача 1.** Найдите предел последовательности  $x_n = \frac{2n}{5n-4}$ .

**Задача 2.** Последовательность  $\{x_n\}$  почти вся лежит на отрезке  $[1, 2]$ , а последовательность  $\{y_n\}$  стремится к 5. Укажите отрезок длины 1.5 на котором гарантированно лежит почти вся последовательность  $\{x_n + y_n\}$ .

**Задача 3.** Докажите по определению, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 1}) = 0$ .

**Задача 4.** Найдите предел последовательности  $x_n = \frac{(5n+1)(n+5)}{n^2 + (-1)^n + \sqrt{n^4 + 1}}$ .

**Задача 5.** а) Докажите, что если последовательность  $\{x_n\}$  сходится, то последовательность  $y_n = x_n - x_{n-1}$  бесконечно малая. б\*) Верно ли обратное?

## Контрольная работа 2

**Задача 1.** Найдите предел последовательности  $x_n = \frac{3n-7}{6n^2+1}$ .

**Задача 2.** Последовательность  $\{x_n\}$  такова, что  $x_n > 5$  для любого  $n$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ . Докажите, что  $a \geq 5$ . Верно ли, что  $a > 5$ ?

**Задача 3.** Докажите по определению, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) = 1/2$ .

**Задача 4.** Найдите предел последовательности  $x_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^3 + n} - n}$ .

**Задача 5.** Придумайте две последовательности  $\{x_n\}$  и  $\{y_n\}$  такие, что у последовательности  $\{x_n\}$  три предельные точки, у последовательности  $\{y_n\}$  — две предельные точки, а у  $\{x_n \cdot y_n\}$  только одна предельная точка.