

## Логарифмические уравнения

131. Решите уравнение:

$$\text{а) } \log_3(x^2 + 3x - 5) = \log_3(3x - 1) + 1; \quad \text{б) } \log_x(x^2 + 2x - 2) = 3; \quad \text{в) } 2^{\log_2(x^2 - 2x - 1)} + x = 2.$$

132. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \log_3(x^2 + x - 2) = 2; & \text{г) } 3 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 9; \\ \text{б) } \log_{\log_3 x} 3 = 2; & \text{д) } \log_2(2 - x) - \log_2(2 - \sqrt{x}) = \log_2 \sqrt{2 - x} - 0, 5; \\ \text{в) } \log_2 x + \log_2(4x - x^2 - 1) = 1; & \text{е) } \log_6(x - 9)^2 - 2 = 2 \log_6(x - 2). \end{array}$$

133. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \log_2 x + \log_3 x = 1; & \text{д) } \log_5^2 x + \log_{5x} \frac{5}{x} = 1; \\ \text{б) } \log_{4x+1} 7 + \log_{9x} 7 = 0; & \text{е) } \log_4 x + \log_x 2 - \log_4 \sqrt{x} = 1; \\ \text{в) } 2^{\log_5 x} + 3x^{\log_5 2} = 8; & \text{ж) } 1 + \log_{x-2}(4x - 11) = 2 \log_{4x-11}(4x^2 - 19x + 22); \\ \text{г) } \log_2(x + 4) = \log_{4x+16} 8; & \text{з) } \log_{2+\sqrt{5}}(x^2 + x - 1) = \log_{\sqrt{5}-2}(x + 3). \end{array}$$

134. Решите уравнение с помощью логарифмирования:

$$\text{а) } x^{2 \lg^2 x} = 10x^3; \quad \text{б) } x^{\log_2 \frac{x}{98}} \cdot 14^{\log_2 7} = 1.$$

135. \* Найдите произведение корней уравнения  $(5x)^{4 \lg \frac{x}{2} + 1} = 2011x^5$ .

136. Решите уравнение, используя свойства функций:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } x + \log_3 x = 4; & \text{в) } \log_2(x^2 + 4) - \log_2 x = 4x - x^2 - 2; \\ \text{б) } \log_5(x^4 + 5) + \log_5(x^2 + 25) = \frac{3}{2}; & \text{г) } \sqrt{\log_{0,04} x + 1} + \sqrt{\log_{0,2} x + 3} = 1. \end{array}$$

137. Решите уравнение: а)  $\log_3 \left( \frac{3}{x} \right) \cdot \log_2 x - \log_3 \left( \frac{x^3}{\sqrt{3}} \right) = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}$ ;

$$\text{б) } \log_{3x+7}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4.$$

138. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \log_{\frac{x}{2}} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0; & \text{г) } (1 + \frac{x}{2}) \log_2 3 - \log_2(3^x - 13) = 2; \\ \text{б) } x^2 \log_3 x^2 - (2x^2 + 3) \log_9(2x + 3) = 3 \log_3 \left( \frac{x}{2x+3} \right); & \text{д) } \sqrt{3} x^{2 \log_3 x - 1} = 3^{\frac{3}{2} \log_3 x}; \\ \text{в) } \frac{3}{2} \log_{\frac{1}{4}}(x + 2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4 - x)^3 - \log_4(x + 6)^3; & \text{е*) } \frac{x}{18} = \left( \frac{2}{3} \right)^{\log_x 12}. \end{array}$$

Домашнее задание

139. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \log_5(x^2 - 11x - 43) = 2; & \text{д) } \log_{x^2+6x+8}(\log_{2x^2+2x+3}(x^2 - 2x)) = 0; \\ \text{б) } \lg(2x - 5)^2 = 0; & \text{е) } \frac{1}{5 - 4 \lg x} + \frac{4}{1 + \lg x} = 3; \\ \text{в) } \log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x); & \text{ж) } \log_5 \left( \frac{x-9}{x-5} \right) + \log_5(x^2 - 17x + 60) = 1 + \log_5 2; \\ \text{г) } \lg \sqrt{x-5} + \lg \sqrt{2x-3} + 1 = \lg 30; & \text{з) } 2 \lg \left( x + \frac{1}{2} \right) - \lg(x - 1) = \lg \left( x + \frac{5}{2} \right) + \lg 2. \end{array}$$

140. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 1 + \log_6 \frac{x+3}{x+7} = \frac{1}{4} \log_{\sqrt{6}}(x-1)^2; & \text{е) } \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{2} \log_2 x} = 2^{\frac{1}{4} \log_2^2 x}; \\ \text{б) } \sqrt{\log_x \sqrt{5x}} \cdot \log_5 x = 1; & \text{ж) } 3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 18; \\ \text{в) } 3 \log_x 4 + 2 \log_{4x} 4 + 3 \log_{16x} 4 = 0; & \text{з) } (8x)^{\log_2 x - 3} = 32\sqrt{x}; \\ \text{г) } \log_{\frac{x}{9}} x^2 + 5 \log_{9x} x^3 - 12 \log_{3x} \sqrt{x} = 0; & \text{и) } \log_3 x^3 = 15 - x; \\ \text{д) } \log_2 \log_3(x^2 - 16) - \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1}{7} x^2 - 16 \right); & \text{к) } 2x^2 + \log_2(7 + 2x - x^2) = 4 + x^4. \end{array}$$

141. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{1}{6} \log_2(x-2) - \frac{1}{3} = \log_{\frac{1}{8}} \sqrt{3x-5}; & \text{д) } \log_{x+1}(x^3 + 8 - 9x) \log_{x-1}(x+1) = 3; \\ \text{б) } \log_2(2^{x+3} + 16) = 2x + \log_2 3; & \text{е) } x(\lg 5 - 1) = \lg(2^x + 1) - \lg 6; \\ \text{в) } \log_2 x + \log_3 x = \log_2 x \cdot \log_3 x; & \text{ж) } 7^{\lg x} - 5^{\lg x + 1} = 3 \cdot 5^{\lg x - 1} - 13 \cdot 7^{\lg x - 1}; \\ \text{г) } \log_4 x^2 + \log_2(x+5) = 2; & \text{з) } \log_{x+1}(1 - 3x) = \log_{\sqrt{1-3x}}(1 - 2x - 3x^2) - 1. \end{array}$$

Задачи для повторения

142. Сравните: а)  $\log_{17} 290$  и  $\log_{13} 150$ ; б)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{80}$  и  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{15 + \sqrt{2}}$ ; в)  $\log_2 3$  и  $\log_5 8$ .

143. Сравните  $17^{18}$  и  $18^{17}$ .

144. Решите уравнение:

а)  $\log_2 \log_3 \log_5 x = 0$ ; б)  $\log_5 x \cdot \log_7 x = 4 \log_5 7$ ; в)  $5^{\lg x} - 3^{\lg x} = 5^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{0,5 \lg x} \cdot 5^{0,5(\lg x - 2)}$ .

145. Вычислите: а)  $\frac{\log_9 \sqrt{5}}{\log_{\frac{1}{27}} 125}$ ; б)  $(\log_5 4 + \log_4 5 + 2)(\log_5 4 - \log_{20} 4) \log_4 5 - \log_5 4$ .

146. Решите уравнение:

а)  $\frac{5^x}{2^{x-1} - 5^x} = 8 - \frac{2^{x+1}}{5^x}$ ; б)  $|\cos x|^{\sin^2 x - 1,5 \sin x + 0,5} = 1$ ; в)  $(0,4)^{x^2 - 2} \cdot (0,5)^{x - 3} = 10$ .

147. Решите неравенство: а)  $5 \cdot 9^x - 18 \cdot 15^x + 9 \cdot 25^x > 0$ ; б)  $9^{x+1} - 3^{x+4} - 3^{x+1} + 27 \geq 0$ ;

в)  $\frac{1}{4\sqrt{x} - 3 \cdot 2\sqrt{x} + 2} < \frac{1}{6}$  г)  $(x^2 - 4x + 4)^{x^2 - x - 6} \geq 1$ .