

**Квадратный трехчлен и параметр**

**Основные задачи.** Напишите условия, при которых уравнение  $ax^2 - 2(a-1)x + a^2 = 0$ :

- а) имеет единственный положительный корень;                      д) имеет два корня больше 1;  
 б) имеет два отрицательных корня;                                      е) не имеет корней, больших 1;  
 в) имеет корни разных знаков;    ж) имеет ровно один корень в промежутке  $[1; 1]$ .  
 г) имеет один корень, больший 1, а другой — меньше 1;

- При каких значениях  $a$  функция  $y = \frac{2^{ax+7}}{2^{x^2}}$  имеет максимум в точке  $x = 4$ ?
- Найдите все значения  $b$ , при которых уравнение  $x - 2 = \sqrt{2(b-1)x + 1}$  имеет единственное решение.
- Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $4^x + (a^2 + 5) \cdot 2^x + 9 - a^2 = 0$  не имеет решений.
- Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - ax + 7) < -1$  выполняется для всех значений  $x$  из промежутка  $x < 0$ .
- Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $(a-1)\cos^2 x - (a^2 + a - 2)\cos x + 2a^2 - 4a + 2 = 0$  имеет не более одного решения на отрезке  $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$ .
- Найдите все значения  $b$ , при которых уравнение  $3 \cdot \sqrt[5]{x+2} - 16b^2 \cdot \sqrt[5]{32x+32} = \sqrt[10]{x^2+3x+2}$  имеет единственное решение.

*Домашнее задание*

- При каких значениях  $a$  уравнение  $(a-1) \cdot 4^x + (2a-3) \cdot 6^x = (3a-4) \cdot 9^x$  имеет единственное решение?
  - При каких значениях  $a$  уравнение  $2a(x+1)^2 - |x+1| + 1 = 0$  имеет четыре различных корня?
- Задачи в стиле С-5-2012*
- Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = x^2 + |x-a| + |x-1|$  больше 2.
  - Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = ax + |x^2 - 4x + 3|$  больше 1.
  - Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = 3|x-a| + |x^2 + x - 2|$  меньше 2.
  - Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = x^2 + 2|x+a-1| + (a+1)^2$  меньше 3.

**Квадратный трехчлен и параметр**

**Основные задачи.** Напишите условия, при которых уравнение  $ax^2 - 2(a-1)x + a^2 = 0$ :

- а) имеет единственный положительный корень;                      д) имеет два корня больше 1;  
 б) имеет два отрицательных корня;                                      е) не имеет корней, больших 1;  
 в) имеет корни разных знаков;    ж) имеет ровно один корень в промежутке  $[1; 1]$ .  
 г) имеет один корень, больший 1, а другой — меньше 1;

- При каких значениях  $a$  функция  $y = \frac{2^{ax+7}}{2^{x^2}}$  имеет максимум в точке  $x = 4$ ?
- Найдите все значения  $b$ , при которых уравнение  $x - 2 = \sqrt{2(b-1)x + 1}$  имеет единственное решение.
- Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $4^x + (a^2 + 5) \cdot 2^x + 9 - a^2 = 0$  не имеет решений.
- Найдите все значения  $a$ , при которых неравенство  $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - ax + 7) < -1$  выполняется для всех значений  $x$  из промежутка  $x < 0$ .
- Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $(a-1)\cos^2 x - (a^2 + a - 2)\cos x + 2a^2 - 4a + 2 = 0$  имеет не более одного решения на отрезке  $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$ .
- Найдите все значения  $b$ , при которых уравнение  $3 \cdot \sqrt[5]{x+2} - 16b^2 \cdot \sqrt[5]{32x+32} = \sqrt[10]{x^2+3x+2}$  имеет единственное решение.

*Домашнее задание*

- При каких значениях  $a$  уравнение  $(a-1) \cdot 4^x + (2a-3) \cdot 6^x = (3a-4) \cdot 9^x$  имеет единственное решение?
  - При каких значениях  $a$  уравнение  $2a(x+1)^2 - |x+1| + 1 = 0$  имеет четыре различных корня?
- Задачи в стиле С-5-2012*
- Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = x^2 + |x-a| + |x-1|$  больше 2.
  - Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = ax + |x^2 - 4x + 3|$  больше 1.
  - Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = 3|x-a| + |x^2 + x - 2|$  меньше 2.
  - Найдите все значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $y = x^2 + 2|x+a-1| + (a+1)^2$  меньше 3.