Векторы-1.

Направленный отрезок. Определение вектора.

Определение. *Отрезок с указанным порядком концов называется **направленным отрезком**.*

Каждый направленный отрезок характеризуется <u>длиной</u> (или численным значением), <u>направлением</u> и <u>начальной точкой</u>. Приведите примеры физических величин, для которых существенны все три характеристики, только численное значение (в соответствующих единицах), численное значение и направление.

Примеры физических величин	Чем характеризуются	Какими математическими понятиями описываются	Геометрический смысл
	Численное значение (модуль).	Числа (скаляры)	Точка на координатной прямой
	Численное значение, направление, точка приложения.		
	Модуль, направление		

Определение. ***Направленные отрезки** называются **равными**, если у них одинаковые длина и направление.*

Равенство направленных отрезков является отношением эквивалентности.

Определение. *Класс эквивалентности направленных отрезков называется **вектором**.*

Если вектор a изображается направленным отрезком AB, то говорят о векторе AB.

Определение. ***Длиной вектора** AB называется длина отрезка AB, а **направлением** – направление луча AB.*

Заметим, что каждому вектору AB соответствует параллельный перенос $T_{\vec{AB}}$. Возможно даже определить вектор как параллельный перенос.

Если направленные отрезки AB и CD относятся к одному и тому же вектору, то говорят, что $AB = CD$.

Теорема. *Если $AB = CD$, то $AC = BD$.*

Определение. *Если лучи AB и CD сонаправлены (противоположно направлены), то и векторы AB и CD называются сонаправленными (противоположно направленными). Сонаправленные и противоположно направленные векторы называются **коллинеарными**.*

Определяется также ***нулевой вектор*** $0 = AA$. Его длина равна нулю, а направления у него нет. По определению нулевой вектор коллинеарен любому вектору.

Вопрос: является ли сонаправленность векторов отношением эквивалентности? А коллинеарность?

Сложение и вычитание векторов.

Определение. ***Суммой** двух **векторов** называется вектор, полученный по <u>правилу треугольника</u>:* $AB + BC = AC$.

Теорема. *Результат сложения векторов не зависит от выбора точки A.*

Векторы можно складывать также по <u>*правилу параллелограмма*</u>.

Свойства сложения векторов:

1. $a + b = b + a$ *(коммутативность)*
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$ *(ассоциативность)*
3. $a + 0 = a$ *(закон поглощения нулевого вектора)*
4. $\forall\ a\ \exists\,(-a):\ a + (-a) = 0$ *(существование противоположного вектора)*

Определение. ***Разностью векторов** a и b называется такой вектор c, что $c + b = a$.*

Теорема. $a - b = a + (-b)$.

Умножение вектора на число.

Определение. ***Произведением числа** k **и ненулевого вектора** a называется вектор ka, длина которого равна $|k|\cdot|a|$, причем $ka \uparrow\uparrow a$ при $k > 0$ и $ka \uparrow\downarrow a$ при $k < 0$. $ka = 0$ при $k = 0$ или $a = 0$.*

Свойства умножения вектора на число.

1. $k(la) = (kl)a$ *(однородность)*
2. $(k + l)a = ka + la$ *(дистрибутивность относительно чисел)*

   $k(a + b) = ka + kb$ *(дистрибутивность относительно векторов)*