

**Геометрия, 9 "В", группа 1, 28 сентября, домашнее задание.**

- 1) С помощью гомотетии докажите лемму о трапеции: середины оснований трапеции, точка пересечения диагоналей и точка пересечения продолжений боковых сторон лежат на одной прямой.
- 2) Докажите, что если преобразование подобия, отличное от движения, переводит каждую прямую в параллельную ей, то оно является гомотетией (возможно, отрицательной).
- 3) Даны три окружности, расположенные одна вне другой. К одной паре построили точку пересечения общих внешних касательных, а к двум остальным — точки пересечения внутренних касательных. Докажите, что три построенные точки лежат на одной прямой.
- 4) Главные диагонали вписанного шестиугольника пересекаются в одной точке. Стороны шестиугольника покрасили в красный и синий цвет через одну. Докажите, что произведения длин красных и синих сторон равны.
- 5) Дан треугольник  $ABC$  и произвольная точка  $D$ . Через  $A$  проведена прямая, параллельная  $DA_1$ , где  $A_1$  — середина  $BC$ . Через две другие вершины треугольника провели аналогичные прямые. Докажите, что три построенные прямые пересекаются в одной точке.
- 6) Даны две окружности,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , одна вне другой. На  $\omega_1$  выбирается точка, наиболее удалённая от  $\omega_2$ , и из неё к  $\omega_2$  проводятся касательные. В криволинейный треугольник, ограниченный этими касательными и  $\omega_1$ , вписывается окружность  $\omega_3$ . Аналогично, из наиболее удалённой от  $\omega_1$  точки  $\omega_2$  к  $\omega_1$  проводятся касательные, и в криволинейный треугольник, ограниченный ими и  $\omega_2$ , вписывается окружность  $\omega_4$ . Докажите, что окружности  $\omega_3$  и  $\omega_4$  равны.