

Геометрия, 9 "В", группа 1, 4 декабря, задачи на урок.

- 1) Докажите, что в любом треугольнике проекция диаметра описанной окружности, перпендикулярного одной стороне, на прямую, содержащую другую сторону, равна третьей стороне.
- 2) В параллелограмме $ABCD$ $AB = m$, $AD = n$ и $\angle A = \alpha < 90^\circ$. На BC и AD взяты точки P и Q соответственно так, что $BP D Q$ — ромб. Найдите сторону ромба.
- 3) Докажите, что для любых $a, b, c > 0$ верно неравенство: $\sqrt{a^2 + b^2 - ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - bc} \geq \sqrt{c^2 + a^2 + ca}$.
- 4) Четырёхугольник со сторонами a, b, c, d вписан в окружность радиуса R . Докажите, что его площадь равна $\frac{\sqrt{(ab + cd)(ac + bd)(bc + ad)}}{4R}$.
- 5) Точка M лежит на боковой стороне CD трапеции $ABCD$. Известно, что $\cos \angle BCD = \cos \angle CBD = \cos \angle ABM = \frac{5}{6}$ и $AB = 9$. Найдите BM .
- 6) В треугольнике ABC на сторонах AB и BC отмечены точки M и N соответственно, причём $BM = BN$. Через точку M проведена прямая, перпендикулярная BC , а через точку N — прямая, перпендикулярная AB . Эти прямые пересеклись в точке O . Продолжение отрезка BO пересекает сторону AC в точке P , причём $AP = 5$ и $PC = 4$. Также известно, что $BC = 6$. Найдите BP .
- 7) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC точка D делит сторону BC в отношении $BD : DC = 3 : 1$. Точка E — середина AD . Известно, что $EB = \sqrt{7}$ и $CE = 3$. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .
- 8) Окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B . Через точку A проведена прямая, пересекающая окружности ω_1 и ω_2 в точках C и D соответственно. Касательные, проведённые в точках C и D к соответствующим окружностям, пересекаются в точке M . На прямой CD отмечена точка N так, что $CN = AD$ и $DN = CA$. Докажите, что треугольники ABC и MNC подобны.

Геометрия, 9 "В", группа 1, 4 декабря, домашнее задание.

- 1) В прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 вписана окружность. Найдите расстояние от вершины прямого угла до точки касания этой окружности с гипотенузой.
- 2) Медиана равнобедренного треугольника равна стороне, к которой проведена. Найдите косинус угла при основании этого треугольника.
- 3) Дан ромб $ABCD$ с острым углом α и стороной a . Найдите радиус окружности, проходящей через A и B и касающейся прямой CD .
- 4) Медианы AM и CN треугольника ABC пересекаются в точке O . Известно, что $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCA = \gamma$, $AC = b$. Найдите расстояние от O до прямой AC .
- 5) Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Точка X лежит на его стороне AD , причём $BX \parallel CD$ и $CX \parallel AB$. Известно, что $AX = 3$ и $DX = 12$. Найдите BC .
- 6) В треугольнике ABC , площадь которого $90\sqrt{3}$, проведена биссектриса AD . Точки A и D принадлежат окружности радиуса 35, центр которой лежит на прямой BC . Известно, что $AB^2 - AC^2 = 216$. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .