

**Геометрия, 9 "В", группа 2, 30 ноября, задачи на урок.**

- 1) Медиана равнобедренного треугольника равна стороне, к которой проведена. Найдите косинус угла при основании этого треугольника.
- 2) Угол при основании равнобедренного треугольника равен  $\alpha$ . Найдите  $\frac{r}{R}$ .
- 3) Диагональ прямоугольника равна  $d$ , острый угол между диагоналями равен  $\varphi$ . На описанной окружности прямоугольника взята точка  $M$ . Проекция этой точки на диагонали прямоугольника — точки  $P$  и  $Q$ . Найдите  $PQ$ .
- 4) Докажите, что для любых  $a, b, c > 0$  верно неравенство:  $\sqrt{a^2 + b^2} + ab + \sqrt{b^2 + c^2} + bc > \sqrt{c^2 + a^2} + ca$ .
- 5) Прямые  $a, b, c$  и  $d$  проходят через одну точку. Прямая  $l$  пересекает эти прямые в точках  $A, B, C$  и  $D$  соответственно. Докажите, что число  $\frac{AB}{BD} : \frac{AC}{CD}$  не зависит от выбора прямой  $l$ . (Это число называется *двойным отношением* или *ангармоническим отношением* четырёх точек.)
- 6) Диагонали четырёхугольника, вписанного в окружность радиуса 13, равны 10 и 24 и пересекаются под углом  $60^\circ$ . Чему равна наибольшая сторона четырёхугольника?
- 7) В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  точка  $D$  делит сторону  $BC$  в отношении  $BD : DC = 3 : 1$ . Точка  $E$  — середина  $AD$ . Известно, что  $EB = \sqrt{7}$  и  $CE = 3$ . Найдите радиус описанной окружности треугольника  $ABC$ .
- 8) Медиана треугольника делится вписанной окружностью на три равные части. Найдите отношение сторон треугольника.
- 9) Через вершину  $C$  прямоугольника  $ABCD$  проведена окружность, касающаяся сторон  $AB$  и  $AD$  в точках  $P$  и  $Q$ . В треугольнике  $CPQ$  высота  $CH = 1$ . Найдите площадь прямоугольника  $ABCD$ .

**Геометрия, 9 "В", группа 2, 30 ноября, домашнее задание.**

- 1) Докажите, что в любом треугольнике проекция диаметра описанной окружности, перпендикулярного одной стороне, на прямую, содержащую другую сторону, равна третьей стороне.
- 2) В окружности провели хорды  $AB = 17$  и  $AC = 30$ . Известно, что дуга  $AC$  вдвое длиннее дуги  $AB$ . Найдите радиус окружности.
- 3) Медианы  $AM$  и  $CN$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle BCA = \gamma$ ,  $AC = b$ . Найдите расстояние от  $O$  до прямой  $AC$ .
- 4) В треугольнике  $ABC$   $BA = 2\sqrt{19}$ ,  $BC = 4$ . Центр окружности Эйлера этого треугольника лежит на биссектрисе угла  $C$ . Найдите  $AC$ .