

Переход от логарифмических неравенств к рациональным

1. Решите неравенство $\log_{2x-1} 3 > \log_x 9$ пользуясь тем, что $\log_3 b$ имеет тот же знак, что и $b - 1$.

Вообще, $\log_a b$ имеет тот же знак, что и $b - 1$ при $a > 1$ и противоположный при $0 < a < 1$ (если он вообще существует :)

2. Решите неравенство $\frac{\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 4x + 5)}{x^3 - 5x^2 + 4x} \leq 0$.

Если переменная находится и под знаком логарифма, и в его основании, удобен переход:

$$\log_{f(x)} g(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (f(x) - 1)(g(x) - 1) > 0 \\ f(x) > 0, g(x) > 0, f(x) \neq 1 \end{cases}$$

3. Решите неравенство $\log_{2x-3} x > 1$.

4. Решите неравенство:

а) $\log_x \left(\frac{3}{8 - 2x} \right) \geq -2$; б) $\log_{8x^2 - 0,5}(\log_{0,5} x) < 0$.

5. Решите неравенство:

а) $\log_{x+2} 4 > \log_x 2$; в) $\log_x(x + 1) < \log_{\frac{1}{x}}(2 - x)$;
 б) $\frac{\log_3(1 - 2x - x^2)}{\log_{3-\sqrt{5}}(x + 1 + \sqrt{2})} \geq 0$; г) $\log_{2x}(x - 4) \cdot \log_{x-1}(6 - x) < 0$.

6. Решите неравенство $\lg \left| \frac{x-1}{2x+1} \right| > 0$.

7. Решите неравенство:

а) $\frac{\log_{0,3}|x-2|}{x^2 - 4x} < 0$; в) $\frac{\log_{2x}(5x-1) \log_{3x}(7x-1)}{2^{15x^2+2} - 2^{11x}} \geq 0$;
 б) $\frac{\log_2|x|(2^x - 2)}{\sqrt{3-x} + 2x} \leq 0$; г) $\frac{x-1}{\log_3(9-3^x) - 3} \leq 1$.

8. Решите неравенство:

а) $\frac{3^x - 25}{x+1} \leq \frac{3^x - 25}{x-3}$; в) $\log_{2x} \left(\log_3 \frac{x+1}{x-1} \right) < \log_{\frac{1}{2x}} \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{x-1}{x+1} \right)$.
 б) $\sqrt{6-x}(2 \cdot 9^{2x} - 53 \cdot 3^{2x} - 27) \geq 0$;

Переход от логарифмических неравенств к рациональным

1. Решите неравенство $\log_{2x-1} 3 > \log_x 9$ пользуясь тем, что $\log_3 b$ имеет тот же знак, что и $b - 1$.

Вообще, $\log_a b$ имеет тот же знак, что и $b - 1$ при $a > 1$ и противоположный при $0 < a < 1$ (если он вообще существует :)

2. Решите неравенство $\frac{\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 4x + 5)}{x^3 - 5x^2 + 4x} \leq 0$.

Если переменная находится и под знаком логарифма, и в его основании, удобен переход:

$$\log_{f(x)} g(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (f(x) - 1)(g(x) - 1) > 0 \\ f(x) > 0, g(x) > 0, f(x) \neq 1 \end{cases}$$

3. Решите неравенство $\log_{2x-3} x > 1$.

4. Решите неравенство:

а) $\log_x \left(\frac{3}{8 - 2x} \right) \geq -2$; б) $\log_{8x^2 - 0,5}(\log_{0,5} x) < 0$.

5. Решите неравенство:

а) $\log_{x+2} 4 > \log_x 2$; в) $\log_x(x + 1) < \log_{\frac{1}{x}}(2 - x)$;
 б) $\frac{\log_3(1 - 2x - x^2)}{\log_{3-\sqrt{5}}(x + 1 + \sqrt{2})} \geq 0$; г) $\log_{2x}(x - 4) \cdot \log_{x-1}(6 - x) < 0$.

6. Решите неравенство $\lg \left| \frac{x-1}{2x+1} \right| > 0$.

7. Решите неравенство:

а) $\frac{\log_{0,3}|x-2|}{x^2 - 4x} < 0$; в) $\frac{\log_{2x}(5x-1) \log_{3x}(7x-1)}{2^{15x^2+2} - 2^{11x}} \geq 0$;
 б) $\frac{\log_2|x|(2^x - 2)}{\sqrt{3-x} + 2x} \leq 0$; г) $\frac{x-1}{\log_3(9-3^x) - 3} \leq 1$.

8. Решите неравенство:

а) $\frac{3^x - 25}{x+1} \leq \frac{3^x - 25}{x-3}$; в) $\log_{2x} \left(\log_3 \frac{x+1}{x-1} \right) < \log_{\frac{1}{2x}} \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{x-1}{x+1} \right)$.
 б) $\sqrt{6-x}(2 \cdot 9^{2x} - 53 \cdot 3^{2x} - 27) \geq 0$;