Разнобой с тригонометрией

Задача 51. На сторонах треугольника ABC вне его построены равнобедренные треугольники BCA_1, CAB_1 и ABC_1, так что $\angle BA_1C = \angle AB_1C = \angle AC_1B = 150^\circ$ Доказать, что прямые AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке

Задача 52. Если прямые PB и PD, проведенные вне параллелограмма $ABCD$ составляют равные углы со сторонами BC и DC соответственно, то $\angle CPB = \angle DPA$.

Задача 53. а) Докажите, что любое комплексное число z имеет модуль r и аргумент ϕ, то $z = r(\cos\phi + i\sin\phi)$. Такая форма записи называется *тригонометрической формой записи комплексного числа.*
б) Чему равно произведение двух комплексных чисел z_1z_2 в тригонометрической форме записи? А отношение $\frac{z_1}{z_2}$?

Задача 54. Найдите какие преобразования комплексной плоскости задают данные отображения:
а) $z \mapsto \overline{z}$; б) $z \mapsto iz$; в) $z \mapsto az+b$ (где a, b — комплексные параметры)

Задача 55. Пусть a, b, c — вершины правильного треугольника, вписанного в окружность с центром в начале координат. а) Чему равно $a+b+c$? б) Чему равно $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$?

Задача 56 (Всероссийская 2004, Рег. этап). В языке жителей Банановой Республики количество слов превышает количество букв в их алфавите. Докажите, что найдется такое натуральное k, для которого можно выбрать k различных слов, в записи которых используется ровно k различных букв.

Задача 57 (Туймаада 2005). Шесть членов команды Фаталии на Международной математической олимпиаде отбираются из 13 кандидатов. На отборочной олимпиаде кандидаты набрали a_1, a_2, …, a_{13} баллов ($a_i \neq a_j$ при $i \neq j$).

Руководитель команды заранее выбрал 6 кандидатов и теперь хочет, чтобы в команду попали именно они. С этой целью он подбирает многочлен $P(x)$ и вычисляет *творческий потенциал* каждого кандидата по формуле $c_i = P(a_i)$. При каком минимальном n он заведомо сможет подобрать такой многочлен $P(x)$ степени не выше n, что творческий потенциал любого из его шести кандидатов окажется строго больше, чем у каждого из семи оставшихся?
