

**Деление многочленов с остатком**

Деление уголком. Корни многочлена

24. Выполните деление многочленов уголком. Ответ запишите в виде, аналогичном формуле деления с остатком для натуральных чисел.

- а)  $3x^6 + 2x^4 - 2x^3 + x - 6$  на  $x^4 + 2x + 2$ ;    в)  $x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 10x + 6$  на  $x - 3$ ;  
 б)  $x^5 - 6x^3 + 2x^2 - 4$  на  $x^2 - x + 1$ ;    г)  $x^7 - 1$  на  $x^3 + x + 1$ .

25. Пусть некоторый многочлен делится без остатка на двучлен  $x - 1543$ . Какое значение принимает этот многочлен при  $x = 1543$ ?

Определение. Пусть правая часть уравнения равна нулю, а в левой записан многочлен. Корни такого уравнения называются **корнями многочлена**

Теорема. Число  $a$  является корнем многочлена тогда и только тогда, когда этот многочлен делится на  $x - a$  без остатка.

26. Делится ли многочлен  $x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 14x + 12$  без остатка на:

- а)  $x + 1$ ; б)  $x - 3$ ; в)  $x + 4$ ; г)  $x^2 - 2x - 3$ ; д)  $x^2 + 5x + 4$ ?

27. При каком значении  $k$  выполняется без остатка деление  $x^3 + 6x^2 + kx + 12$  на  $x + 4$ ?

28. Найдите такие  $a$  и  $b$ , чтобы многочлен  $x^4 - 3x^3 + 6x^2 + ax + b$  делился на  $x^2 - 1$  без остатка.

29. \* Докажите тождество:  $(x - y)(xz + 1)(yz + 1) + (y - z)(yx + 1)(zx + 1) + (z - x)(zy + 1)(xy + 1) = (x - y)(y - z)(z - x)$ .

*Предупреждение:* Можно честно и аккуратно раскрыть скобки, но я это читать не стану.

30. Решите уравнение, если известны некоторые его корни:

- а)  $x^2 - 9x + 20 = 0$ , если  $x_1 = 4$ ;    б)  $x^3 + 5x^2 - 12x - 36 = 0$ , если  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -2$ .

*И снова формулы сокращенного умножения*

31. Разделится ли без остатка: а)  $x^n - 1$  на  $x - 1$ ; б)  $x^{2n+1} + 1$  на  $x + 1$ ; в)  $x^{2n} + 1$  на  $x + 1$ ?

Выполните деление уголком (только там, где остатка не ожидается) и запомните полученные формулы.

32. Разложите на множители: а)  $x^3 + x^2 + x - 3$ ;    б)  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 5$ ;

в)  $x^{100} + x^{99} + x^{98} + \dots + x^2 + x - 100$ .

33. \* Докажите, что многочлен  $x^{29} + x^{28} + \dots + x + 1$  делится на многочлен  $x^9 + x^8 + \dots + x + 1$ .

34. Разложите на множители  $a^n - b^n$  и  $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ . Запомните полученные формулы.

*Задачи для домашних заданий*

35. Делится ли многочлен  $x^5 + 3x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 5x - 5$  без остатка на: а)  $x - 1$ ; б)  $x^2 - 3x + 2$ ?

36. При каких значениях  $a$  и  $b$  многочлен  $x^4 + 3x^3 - 2x^2 + ax + b$  делится на многочлен  $x^2 - 3x + 2$  без остатка?

37. Решите уравнение  $x^3 - 4x^2 - 17x + 60 = 0$ , если известны его корни  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -4$ .

38. Найдите значение выражения  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{11}$ .