

# Преобразования графиков-1

## Сдвиги графиков вдоль осей

Вспомним, как выглядят графики функций  $y = kx + b$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = |x|$ .

1. Как из графика функции  $y = x^2$  получить графики функций: а)  $y = x^2 + 2$ ; б)  $y = (x - 3)^2$ ; в)  $y = (x - 3)^2 + 2$ ?

Теорема 1. График функции  $y = f(x) + t$  получается из графика функции  $y = f(x)$  сдвигом вдоль оси  $Oy$  на  $t$  единиц вверх (по направлению оси).

Теорема 2. График функции  $y = f(x + t)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  сдвигом вдоль оси  $Ox$  на  $t$  единиц влево (против направления оси).

2. Постройте графики: а)  $y = |x + 5|$ ; б)  $y = (x - 1)^3 - 2$ ; в)  $y = x^2 + 8x + 14$ .
3. Почему  $y = f(x) + t$  сдвигают по направлению оси  $Oy$ , а  $y = f(x + t)$  — против направления оси  $Ox$ ? Неужто оси неравноправны?

## Отражение относительно оси абсцисс

4. Задайте формулой функцию, график которой симметричен относительно оси абсцисс графику функции: а)  $y = |x|$ , б)  $y = (x - 1)^3 - 2$ .

Теорема 3. График функции  $y = -f(x)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  отражением относительно оси  $Ox$ .

5. Постройте графики: а)  $y = -x^3$ , б)  $y = 5 - |x + 3|$
6. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции  $y = |x|$ :  
а) сдвинуть вверх на 1, а затем отразить симметрично относительно оси  $Ox$ ;  
б) отразить симметрично относительно оси  $Ox$ , а затем сдвинуть вверх на 1;  
в) отразить симметрично относительно оси  $Ox$ , затем сдвинуть вверх на 1; а затем снова отразить симметрично относительно оси  $Ox$ .

## Функции $y = [x]$ и $y = \{x\}$

Определение.  $[x]$  — целая часть  $x$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ;

$\{x\} = x - [x]$  — дробная часть  $x$ .

7. Постройте графики функций:  
а)  $y = [x]$ ; в)  $y = [x + 4] - 6$ ; д)  $y = -[x + 4]$ ;  
б)  $y = \{x\}$ ; г)  $y = \{x + 4\} - 6$ ; е)  $y = 2 - \{x\}$ .
8. \* Постройте графики функций: а)  $y = [x^2 - 2]$ ; б)  $y = [x]^2 - 2$ ; в)  $y = \{x\}^2 - 2$ .

## Домашнее задание

9. Постройте графики функций: а)  $y = |x + 3|$ ; б)  $y = -|x + 3|$ ; в)  $y = 5 - |x + 3|$ .
10. Постройте график функции:  
а)  $y = 1 - x^3$ ; в)  $y = (x + 2)^2$ ; д)  $y = x^2 - 4x$ ;  
б)  $y = (1 - x)^3$ ; г)  $y = x^2 + 2$ ; е)  $y = -x^2 + 4x$ .
11. Постройте график функции: а)  $y = 3 - [x - 5]$ ; б)  $y = \{|x + 4| - 1\} + [|x + 4| - 1]$ .
12. Решите уравнение:  $[x] = \{x\}$ .
13. Упростите: а)  $\{x + 1\} - \{x\}$ ; б)  $[x + 1] - [x]$ .

Отражение относительно оси ординат

14. Постройте графики функций  $y = \{-x\}$  и  $y = [-x]$ .

Теорема 4. График функции  $y = f(-x)$  получается из графика функции  $y = f(x)$  отражением относительно оси  $Oy$ .

15. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции  $y = |x|$ :

- а) сдвинуть вправо на 3, а затем отразить симметрично относительно оси  $Oy$ ;  
б) отразить симметрично относительно оси  $Oy$ , а затем сдвинуть вправо на 3.

16. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции  $y = [x + 4] - 6$  отразить симметрично относительно оси  $Oy$ .

17. Постройте графики функций: а)  $y = [1\frac{1}{3} + x]$ ; б)  $y = [1\frac{1}{3} - x]$ ; в)  $y = 2 - [1\frac{1}{3} - x]$ . По каждой оси выберите единичный отрезок, равный 3 клеткам.

18. Постройте график функции  $y = -x^2 + 2x + 1$ .

19. Отметьте точки  $A(-4; -4)$ ,  $B(-1; 2)$ , и  $C(4; 2)$ . Рассмотрим функцию  $y = f(x)$ , графиком которой является ломаная  $ABC$ . Постройте график функции:

- а)  $y = f(-x)$ ; б)  $y = f(x + 2)$ ; в)  $y = f(2 - x)$ ; г)  $y = 1 - f(x + 2)$ .

Домашнее задание

20. Постройте график функции

- а)  $y = \{1, 5 + x\}$ ; б)  $y = \{1, 5 - x\}$ ; в)  $y = -\{1, 5 - x\}$ ; г)  $y = 2 - \{1, 5 - x\}$ .

21. Постройте график функции

- а)  $y = |x - 4| + 1$ ; б)  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ; в)  $y = [\frac{1}{4} - x]$ ;  
г)  $y = -(x + 2)^2$ ; д)  $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$ ; е)  $y = 1 - [\frac{1}{4} - x]$ .

22. Отметьте точки  $A(-3; 2)$ ,  $B(2; -3)$ , и  $C(4; -1)$ . Рассмотрим функцию  $y = f(x)$ , графиком которой является ломаная  $ABC$ . Постройте график функции: а)  $y = f(-x)$ ;

- б)  $y = f(4 + x)$ ; в)  $y = f(x - 4)$ ; г)  $y = f(4 - x)$ ; д)  $y = -f(4 - x)$ .

23. Задайте формулой функцию, график которой получится, если график функции  $y = x^2$ :

- а) сдвинуть влево на 3, затем отразить симметрично относительно оси  $Oy$ , а затем сдвинуть вверх на 2;  
б) сдвинуть вверх на 2, затем отразить симметрично относительно оси  $Oy$ , а затем сдвинуть вправо на 3;  
в) отразить симметрично относительно оси  $Ox$ , затем сдвинуть вверх на 3, а затем снова отразить симметрично относительно оси  $Ox$ .