

**Рациональные числа**

**Рациональными** называются числа, представимые в виде дроби  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  — целое число, а  $n$  — натуральное. Среди равных дробей, служащих для записи одного и того же числа, всегда можно выбрать несократимую.

1. Являются ли рациональными числа  $\frac{3}{9}$ ;  $-2\frac{5}{7}$ ;  $0,32$ ;  $5$ ;  $0$ ?
2. Запишите в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби рациональные числа: а)  $\frac{3}{16}$ ; б)  $\frac{17}{6}$ ; в)  $\frac{8}{37}$ .
3. Вася получил домашнее задание: представить число  $\frac{8}{19}$  в виде десятичной дроби. Поделив на калькуляторе  $8$  на  $19$ , он увидел число  $0,421052$  и записал в ответе  $0,4(2105)$ . Прав ли Вася?

**Теорема.** 1) Десятичная дробь, равная рациональному числу, либо конечная, либо бесконечная периодическая.

2) Длина периода десятичной записи дроби  $\frac{m}{n}$  не превышает  $n - 1$ .

3) Десятичная дробь, равная рациональному числу  $\frac{m}{n}$ , конечна тогда и только тогда, когда в разложении  $n$  на множители не содержится простых чисел, отличных от 2 и 5.

4. Как представить бесконечную периодическую дробь  $2,8(3)$  в виде несократимой обыкновенной дроби?
5. Представьте в виде несократимой обыкновенной дроби числа: а)  $2,(25)$ ; б)  $1,6(7)$ ; в)  $5,6(9)$
6. Докажите, что  $0,(9) = 1$ ,  $0,0(9) = 0,1$  и т.д.

**Теорема.** Число является рациональным тогда и только тогда, когда оно может быть записано в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби.

7. Сравните  $\frac{2}{7}$  и  $0,(3)$ .
8. Выполните сложение  $2,6(63) + 2,4(7)$  двумя способами: в столбик и переходя к обыкновенным дробям.
9. В десятичной записи числа  $\frac{1}{7}$  вычеркнули первую цифру после запятой. Увеличилось при этом число или уменьшилось и во сколько раз?
10. Выпишем бесконечную последовательность последних цифр степеней числа 17. Поставим где попало запятую. Рационально ли записанное число? (Конечностью нашей жизни в данной задаче можно пренебречь)
11. Докажите, что десятичная дробь  $0,101001000100001\dots$  (количество нулей каждый раз увеличивается на 1) не является периодической.

**Определение.** Конечные и бесконечные десятичные дроби образуют множество **действительных** чисел. Если действительное число не является рациональным, его называют **иррациональным**.

**Домашнее задание**

12. Запишите в виде конечной или бесконечной периодической десятичной дроби рациональные числа: а)  $\frac{147}{80}$ ; б)  $\frac{19}{15}$ .
13. Запишите в виде обыкновенной дроби числа: а)  $1,41(6)$ ; б)  $-20,0(45)$ .
14. В десятичной записи числа  $\frac{1}{2012}$  вычеркнули первую ненулевую цифру. Увеличилось при этом число или уменьшилось и во сколько раз?
15. Вычислите: а)  $2,6(037) + 2,4(27)$ ; б)  $2,6(037) \cdot 2,4(27)$ .
16. После нуля и запятой записывается последовательность остатков от деления степеней числа 13 на 2012. Рациональное при этом получается число?
17. Пусть числа  $a$  и  $b$  иррациональны. Может ли быть рациональным число, полученное при поочередной записи цифр этих чисел?