Сжатие к прямой (30.03.13)

1. Являются ли движения и преобразования подобия аффинными преобразованиями? 2. Вершины треугольника $A_1B_1C_1$ лежат на сторонах треугольника ABC и делят их в одном и том же отношении (считая по часовой стрелке). Докажите, что центроиды обоих треугольников совпадают.
3. На сторонах CA и CB треугольника ABC взяты точки M и N такие, что $CM : CA = m$ и $CN : CB = n$. Медиана CD треугольника пересекает отрезок MN в точке E. Вычислите отношение $ME : EN$.
4. В треугольник ABC вписан параллелограмм $DEFC$ так, что точки D, E, F принадлежат соответственно сторонам AC, AB, BC. Медиана CM треугольника пересекает прямую EF в точке K. Докажите, что $AKFD$ - параллелограмм.
5. $\star$ Докажите, что при аффинном преобразовании площади всех: а) прямоугольных треугольников с катетами, параллельными двум данным прямым; б) произвольных треугольников; в) многоугольников изменяются в одно и то же число раз.
6. На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC даны точки M, N, P соответственно. Докажите, что если точки M_1, N_1, P_1 симметричны точкам M, N, P относительно середин соответствующих сторон, то $S_{MNP} = S_{M_1N_1P_1}$.
7. Докажите, что сжатие к прямой является аффинным преобразованием.
Теорема. Любое аффинное преобразование является композицией сжатия к прямой и преобразования подобия.
8. а) Докажите, что если у аффинного преобразования есть две неподвижные точки, то у него есть целая прямая неподвижных точек. б) Приведите пример аффинного преобразования, имеющего прямую неподвижных точек, но не являющегося ни сжатием к прямой, ни осевой симметрией.

Домашнее задание на 02.04.13

1. На сторонах AB, BC и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K, P, M соответственно, делящие эти стороны в одинаковых отношениях. Пусть b, c, d – прямые, проходящие через B, C, D параллельно прямым KP, KM и MP соответственно. Докажите, что прямые b, c, d проходят через одну точку.
2. Аффинное преобразование, имеющее прямую неподвижных точек, называется *родством*, а неподвижная прямая – его осью. а) Пусть при родстве точка M переходит в точку M', а N - в N'. Докажите, что прямые MM' и NN' параллельны. б) Докажите, что прямые MN и $M'N'$ либо параллельны (в частности, они могут совпадать), либо пересекаются на оси родства.
3. Аффинное преобразование циклически меняет местами вершины треугольника ABC, т.е. переводит точку A в точку B, точку B в точку C, а точку C в точку A. Найти все неподвижные точки этого преобразования.

Сжатие к прямой (30.03.13)

1. Являются ли движения и преобразования подобия аффинными преобразованиями? 2. Вершины треугольника $A_1B_1C_1$ лежат на сторонах треугольника ABC и делят их в одном и том же отношении (считая по часовой стрелке). Докажите, что центроиды обоих треугольников совпадают.
3. На сторонах CA и CB треугольника ABC взяты точки M и N такие, что $CM : CA = m$ и $CN : CB = n$. Медиана CD треугольника пересекает отрезок MN в точке E. Вычислите отношение $ME : EN$.
4. В треугольник ABC вписан параллелограмм $DEFC$ так, что точки D, E, F принадлежат соответственно сторонам AC, AB, BC. Медиана CM треугольника пересекает прямую EF в точке K. Докажите, что $AKFD$ - параллелограмм.
5. $\star$ Докажите, что при аффинном преобразовании площади всех: а) прямоугольных треугольников с катетами, параллельными двум данным прямым; б) произвольных треугольников; в) многоугольников изменяются в одно и то же число раз.
6. На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC даны точки M, N, P соответственно. Докажите, что если точки M_1, N_1, P_1 симметричны точкам M, N, P относительно середин соответствующих сторон, то $S_{MNP} = S_{M_1N_1P_1}$.
7. Докажите, что сжатие к прямой является аффинным преобразованием.
Теорема. Любое аффинное преобразование является композицией сжатия к прямой и преобразования подобия.
8. а) Докажите, что если у аффинного преобразования есть две неподвижные точки, то у него есть целая прямая неподвижных точек. б) Приведите пример аффинного преобразования, имеющего прямую неподвижных точек, но не являющегося ни сжатием к прямой, ни осевой симметрией.

Домашнее задание на 02.04.13

1. На сторонах AB, BC и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K, P, M соответственно, делящие эти стороны в одинаковых отношениях. Пусть b, c, d – прямые, проходящие через B, C, D параллельно прямым KP, KM и MP соответственно. Докажите, что прямые b, c, d проходят через одну точку.
2. Аффинное преобразование, имеющее прямую неподвижных точек, называется *родством*, а неподвижная прямая – его осью. а) Пусть при родстве точка M переходит в точку M', а N - в N'. Докажите, что прямые MM' и NN' параллельны. б) Докажите, что прямые MN и $M'N'$ либо параллельны (в частности, они могут совпадать), либо пересекаются на оси родства.
3. Аффинное преобразование циклически меняет местами вершины треугольника ABC, т.е. переводит точку A в точку B, точку B в точку C, а точку C в точку A. Найти все неподвижные точки этого преобразования.

Сжатие к прямой (30.03.13)

1. Являются ли движения и преобразования подобия аффинными преобразованиями? 2. Вершины треугольника $A_1B_1C_1$ лежат на сторонах треугольника ABC и делят их в одном и том же отношении (считая по часовой стрелке). Докажите, что центроиды обоих треугольников совпадают.
3. На сторонах CA и CB треугольника ABC взяты точки M и N такие, что $CM : CA = m$ и $CN : CB = n$. Медиана CD треугольника пересекает отрезок MN в точке E. Вычислите отношение $ME : EN$.
4. В треугольник ABC вписан параллелограмм $DEFC$ так, что точки D, E, F принадлежат соответственно сторонам AC, AB, BC. Медиана CM треугольника пересекает прямую EF в точке K. Докажите, что $AKFD$ - параллелограмм.
5. $\star$ Докажите, что при аффинном преобразовании площади всех: а) прямоугольных треугольников с катетами, параллельными двум данным прямым; б) произвольных треугольников; в) многоугольников изменяются в одно и то же число раз.
6. На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC даны точки M, N, P соответственно. Докажите, что если точки M_1, N_1, P_1 симметричны точкам M, N, P относительно середин соответствующих сторон, то $S_{MNP} = S_{M_1N_1P_1}$.
7. Докажите, что сжатие к прямой является аффинным преобразованием.
Теорема. Любое аффинное преобразование является композицией сжатия к прямой и преобразования подобия.
8. а) Докажите, что если у аффинного преобразования есть две неподвижные точки, то у него есть целая прямая неподвижных точек. б) Приведите пример аффинного преобразования, имеющего прямую неподвижных точек, но не являющегося ни сжатием к прямой, ни осевой симметрией.

Домашнее задание на 02.04.13

1. На сторонах AB, BC и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K, P, M соответственно, делящие эти стороны в одинаковых отношениях. Пусть b, c, d – прямые, проходящие через B, C, D параллельно прямым KP, KM и MP соответственно. Докажите, что прямые b, c, d проходят через одну точку.
2. Аффинное преобразование, имеющее прямую неподвижных точек, называется *родством*, а неподвижная прямая – его осью. а) Пусть при родстве точка M переходит в точку M', а N - в N'. Докажите, что прямые MM' и NN' параллельны. б) Докажите, что прямые MN и $M'N'$ либо параллельны (в частности, они могут совпадать), либо пересекаются на оси родства.
3. Аффинное преобразование циклически меняет местами вершины треугольника ABC, т.е. переводит точку A в точку B, точку B в точку C, а точку C в точку A. Найти все неподвижные точки этого преобразования.

Сжатие к прямой (30.03.13)

1. Являются ли движения и преобразования подобия аффинными преобразованиями? 2. Вершины треугольника $A_1B_1C_1$ лежат на сторонах треугольника ABC и делят их в одном и том же отношении (считая по часовой стрелке). Докажите, что центроиды обоих треугольников совпадают.
3. На сторонах CA и CB треугольника ABC взяты точки M и N такие, что $CM : CA = m$ и $CN : CB = n$. Медиана CD треугольника пересекает отрезок MN в точке E. Вычислите отношение $ME : EN$.
4. В треугольник ABC вписан параллелограмм $DEFC$ так, что точки D, E, F принадлежат соответственно сторонам AC, AB, BC. Медиана CM треугольника пересекает прямую EF в точке K. Докажите, что $AKFD$ - параллелограмм.
5. $\star$ Докажите, что при аффинном преобразовании площади всех: а) прямоугольных треугольников с катетами, параллельными двум данным прямым; б) произвольных треугольников; в) многоугольников изменяются в одно и то же число раз.
6. На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC даны точки M, N, P соответственно. Докажите, что если точки M_1, N_1, P_1 симметричны точкам M, N, P относительно середин соответствующих сторон, то $S_{MNP} = S_{M_1N_1P_1}$.
7. Докажите, что сжатие к прямой является аффинным преобразованием.
Теорема. Любое аффинное преобразование является композицией сжатия к прямой и преобразования подобия.
8. а) Докажите, что если у аффинного преобразования есть две неподвижные точки, то у него есть целая прямая неподвижных точек. б) Приведите пример аффинного преобразования, имеющего прямую неподвижных точек, но не являющегося ни сжатием к прямой, ни осевой симметрией.

Домашнее задание на 02.04.13

1. На сторонах AB, BC и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K, P, M соответственно, делящие эти стороны в одинаковых отношениях. Пусть b, c, d – прямые, проходящие через B, C, D параллельно прямым KP, KM и MP соответственно. Докажите, что прямые b, c, d проходят через одну точку.
2. Аффинное преобразование, имеющее прямую неподвижных точек, называется *родством*, а неподвижная прямая – его осью. а) Пусть при родстве точка M переходит в точку M', а N - в N'. Докажите, что прямые MM' и NN' параллельны. б) Докажите, что прямые MN и $M'N'$ либо параллельны (в частности, они могут совпадать), либо пересекаются на оси родства.
3. Аффинное преобразование циклически меняет местами вершины треугольника ABC, т.е. переводит точку A в точку B, точку B в точку C, а точку C в точку A. Найти все неподвижные точки этого преобразования.