Практика-05.

Подобие треугольников.

1) На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки M и N соответственно так, что $MN||AC$. Известно, что $AC = 5$, $MB = 2$. Найдите MN, если известно, что $MN = AM$.

2) Из середины катета прямоугольного треугольника опустили перпендикуляр на гипотенузу. Гипотенуза разделилась на части, которые относятся как $3 : 5$. Найдите углы треугольника.

3) В прямоугольном треугольнике катеты равны 21 и 28. Найдите радиус окружности с центром на гипотенузе, которая касается обоих катетов.

4) На стороне $AC = 3$ равнобедренного треугольника с основанием $BC = 2$ выбрана точка N так, что $NB = BC$. Найдите NA.

5) На стороне AC треугольника ABC отмечена точка F так, что $\angle FBA = \angle BAC$. Найдите AB, если $FA = 1$ и $FC = 3$.

6) В угол вписаны две касающиеся друг друга окружности радиусов r и R ($r < R$). Найдите расстояние между точками касания меньшей окружности со сторонами угла.

7) Из вершины острого угла A параллелограмма $ABCD$ на продолжения сторон BC и CD опущены перпендикуляры AN и AM.

а) Докажите, что $\triangle ABM \sim \triangle ADN$;
б) Докажите, что $\triangle ANM \sim \triangle DAC$;
в) Докажите, что $AC^2 = CM \cdot CB + CN \cdot CD$;

8) В трапеции $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. На основании AD выбрана точка E так, что $CE||AB$. Отрезки BD и CE пересекаются в точке T. Известно, что $DT = OB = 1$. Найдите OT.

9) O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и AC пересекают высоту AH этого треугольника в точках P и Q. Докажите, что радиус описанной окружности равен $\sqrt{AP \cdot AQ}$. (Указание. Докажите, что $\triangle APO \sim \triangle AOQ$.)

10) Два угла, α и β треугольника таковы, что $3\alpha + 2\beta = \pi$. Докажите, что стороны этого треугольника удовлетворяют равенству $a^2 + bc = c^2$. (Считается, что a лежит против α и так далее.)